

# ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА И ТЕХНИКА

УДК 681.7.068:535.2.001.573

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОХОЖДЕНИЯ СВЕТА В ОПТОВОЛОКОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ МИКРОИНСТРУМЕНТАХ

© 2003 г. Н. Б. Вознесенский\*, доктор техн. наук; В. П. Вейко\*, доктор техн. наук; Н. Н. Вознесенская\*;  
Ю. М. Воронин\*\*, канд. техн. наук

\* Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики  
(технический университет), Санкт-Петербург

\*\* Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, Санкт-Петербург

Рассмотрена математическая модель прохождения света в диэлектрических трубках, предназначенных для целенаправленной транспортировки лазерного излучения и формирования световых пучков с поперечным сечением в несколько сотен микрометров. Для описания этих процессов использовано волновое описание светового поля в неоднородных средах общего вида.

Коды OCIS: 260.2110, 3000.32990.

Поступила в редакцию 12.09.2002.

### Введение

Оптоволоконные устройства являются одним из основных средств транспортировки лазерного излучения. Благодаря своим качествам они нашли применение в приборах самого различного назначения, в том числе в инструментах лазерной хирургии и терапии [1].

Такие инструменты служат для передачи излучения лазера к требуемому участку биоткани и формирования объемного пятна рассеяния заданной конфигурации. Подвод световой энергии производится по обычному оптоволоконному световоду, а формирование засветки, т. е. объемного пятна рассеяния, производится с помощью специального наконечника [2, 3]. Для целенаправленного проектирования оптического инструмента необходимо математическое моделирование прохождения света как внутри него, так и снаружи.

При использовании расчета лучей для описания и анализа светового поля, проходящего через инструмент, основной проблемой является заранее неизвестное, а точнее неопределенное количество отражений и преломлений лучей. Это может привести к чрезвычайной сложности логики построения программы и к ее возможному зацикливанию задолго до получения желаемого результата.

С другой стороны, использование волноводной теории для расчета лазерных микроинструментов также наталкивается на разнообразие конфигураций, которые не могут быть описаны с использованием общезвестных волноводных мод.

### Описание электромагнитного поля

Для того чтобы при расчетах светового поля учесть прохождение границ между различными сре-

дами и дифракционные явления, заметные на расстояниях порядка размеров самого инструмента, целесообразно воспользоваться методом численного решения неоднородного волнового уравнения. Этот метод был разработан на кафедре прикладной и компьютерной оптики СПбГИТМО (ТУ) и опубликован в ряде работ [4, 5].

В данной работе используется следующее неоднородное волновое уравнение относительно скалярного волнового потенциала  $f_e(\mathbf{r})$ :

$$\nabla^2 f_e + \frac{\omega^2}{c^2} f_e = -4\pi\nabla\epsilon d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая частота,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\nabla\epsilon$  – градиент пространственного распределения абсолютной диэлектрической проницаемости,  $d\mathbf{r}$  – дифференциал радиуса-вектора,  $\nabla\epsilon d\mathbf{r}$  – разностная функция диэлектрической проницаемости [6]. Функция  $\nabla\epsilon d\mathbf{r}$  определяется конфигурацией неоднородностей и может быть однозначно описана либо аналитически, либо численно. Аналитически уравнение (1) решается только для отдельных, не представляющих особого интереса частных случаев.

Прежде всего для всех материалов – сред, из которых состоит инструмент, координаты  $(x, y)$  должны быть приведены к вакууму:

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = nx, \\ y_0 = ny, \end{array} \right\} \quad (2)$$

где  $(x_0, y_0)$  – “воздушные” линейные координаты,  $n$  – показатель преломления данной среды (в случае диэлектрика).

В более общем случае приведение к воздуху должно проводиться с учетом макроскопических ди-

электрической и магнитной постоянных среды, как диэлектрической, так и проводящей [6]:

$$n = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon_r^2 + \mu^2 \epsilon_i^2} + \mu \epsilon_r \right)}, \quad (3)$$

$$nk = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\mu^2 \epsilon_r^2 + \mu^2 \epsilon_i^2} - \mu \epsilon_r \right)}, \quad (4)$$

где  $\epsilon_r$  и  $\epsilon_i$  – вещественная и мнимая части относительной и в общем случае комплексной диэлектрической проницаемости:  $\hat{\epsilon} = \epsilon_r + i\epsilon_i$ . Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  для оптических частот практически всегда равна единице, что следует из слишком большой инерционности магнитных доменов [6].

Множитель распространения скалярных плоских волн вдоль оси  $z$  для диэлектрической среды будет выглядеть как

$$a(\Delta z) = \exp\left(-\frac{2\pi i}{\lambda_0} n C_z \Delta z\right), \quad (5)$$

а для проводящей среды как

$$a(\Delta z) = \exp\left(-\frac{2\pi i}{\lambda_0} n C_z \Delta z\right) \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} nk C_z \Delta z\right), \quad (6)$$

где длина волны  $\lambda_0$  берется в вакууме, а величина направляющего косинуса  $C_{0z}$  вычисляется в зависимости от соответствующих пространственных частот и для длины волны  $\lambda$  в данной среде  $C_{0z} = \sqrt{1 - \lambda^2 v_x^2 - \lambda^2 v_y^2}$ , если дискриминант неотрицателен, что соответствует незатухающим волнам, или  $C_{0z} = i\sqrt{\lambda^2 v_x^2 + \lambda^2 v_y^2 - 1}$ , если дискриминант меньше нуля, что соответствует затухающим (эванесцентным) волнам [7].

Выражение для скалярного потенциала, представленное через разложение по плоским волнам, имеет вид

$$f_e(\mathbf{r}) = \sum_i \sum_j \tilde{f}_{eij} u_{ij} = \sum_i \sum_j \tilde{f}_{eij} \exp[2\pi i(v_i x + v_j y)] \tilde{f}_{ij}, \quad (7)$$

где  $\tilde{f}_{ij}$  – передаточные множители, описывающие распространение плоских волн в пространстве и определяемые в зависимости от результата соотношения пространственных частот со шкалой соответствующих волновых чисел  $k_i = 2\pi v_i$  и  $k_j = 2\pi v_j$ ,

причем если  $\sqrt{k_i^2 + k_j^2} \leq \frac{2\pi}{\lambda}$ , то  $f_{ij} = \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda} c_{zij} z\right)$ ,

иначе  $f_{ij} = \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} c_{zij} z\right)$ ,  $\tilde{f}_{eij}$  – коэффициенты разложения по плоским волнам, которые можно определить на основании следующего соотношения:

$$\begin{aligned} f_e(x, y, z=0) &= \\ &= \sum_i \sum_j \tilde{f}_{eij} u_{ij}(x, y) = \sum_i \sum_j \tilde{f}_{eij} \exp[2\pi i(v_i x + v_j y)], \end{aligned} \quad (8)$$

откуда следует, что

$$\tilde{f}_{eij} = \Delta x \Delta y \sum_x \sum_y f_e(x, y) \exp[-2\pi i(v_i x + v_j y)]. \quad (9)$$

Как нетрудно видеть, выражение (7) представляет собой дискретное обратное преобразование Фурье от  $\tilde{f}_{eij}$ , а выражение (9) – дискретное прямое преобразование Фурье от скалярного потенциала  $f_e$ , взятого в плоскости  $z = 0$  [8, 9].

### Алгоритм расчета распространения поля

Алгоритм послойного расчета волнового поля можно проиллюстрировать в виде схемы на рис. 1, где условно показаны, в частности, расчеты внутри 5 доменов 1-го слоя и “сшивка” результирующего распределения поля на нижней границе этого слоя.

Модель оконечности микропипетки, принципы ее дискретизации и схема расчета прохождения света через неоднородную структуру приведены на рис. 2.

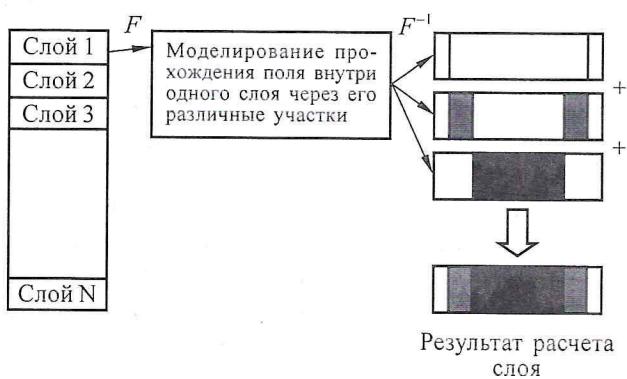


Рис. 1. Схема расчета прохождения волн через структуру, состоящую из нескольких различных однородных сред.

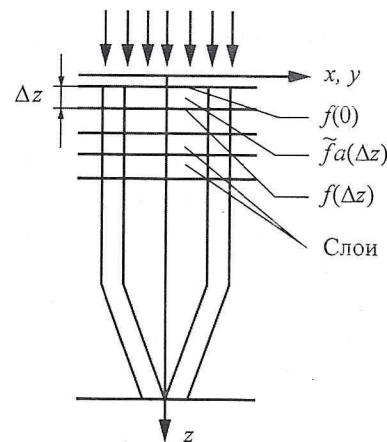


Рис. 2. Принцип дискретизации модели инструмента для построения алгоритма.

При надлежащем выборе шагов ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ) моделируется прохождение поля через структуры всевозможной конфигурации, что может способствовать численным решениям любых дифракционных задач.

В данной работе в качестве основной поставлена задача разработки и проверки метода расчета прохождения света через стеклянный стержень со стенками толщиной порядка 0,1 мм. Внутри стержня – воздух. Алгоритм должен обеспечивать моделирование прохождения светового потока с образованием бокового рассеяния через стенки в окружающее пространство.

В процессе программной реализации [10–12] приведенных выше математического аппарата и алгоритма возникли сложности с использованием преобразования Фурье для вычисления распространения поля внутри инструмента. Дело в том, что выбор шага по пространственным координатам, длина волны излучения и объем выборки тесно взаимосвязаны по теореме отсчетов. Если  $dt$  – это шаг по  $x$  или  $y$ ,  $\lambda$  – длина волны,  $N \times N$  – объем выборки, то шаг по пространственной частоте  $d\nu$  можно вычислить из следующего соотношения [9]:

$$d\nu = 1 / N dt \lambda, \quad (10)$$

где  $dt$  выражено в длинах волн.

Из соотношения (10) видно, что если  $dt$  значительно превышает длину волны, то шаг по пространственным частотам будет ничтожно мал, что не даст никакого эффекта в случае применения данного метода к требуемым структурам. Именно это обстоятельство служит препятствием на пути использования такого метода для расчета волновых дальнепольных структур.

Тем не менее, эту проблему удалось обойти, применив приближение Фраунгофера, заключающееся в том, что если шаг превышает длину волны на несколько порядков, то дифракция и распространение света точно описываются с помощью аппарата преобразования Фурье.

## Результаты вычислений и выводы

В качестве объекта моделирования был взят стеклянный стержень диаметром 200 мкм. Шаг по пространственным частотам был выбран порядка 0,01, что вполне достаточно для моделирования. На рис. 3 показано продольное сечение распределения интенсивности света, проходящего по стержню.

Картина распределения выведена в логарифмическом масштабе по величинам интенсивности, поэтому рассеянный в боковых направлениях свет хорошо виден. В дальнейшем предполагается заполнить стержень какой-либо средой, например спиртом или дистиллированной водой. Ожидается, что при этом рассеяние света уменьшится.

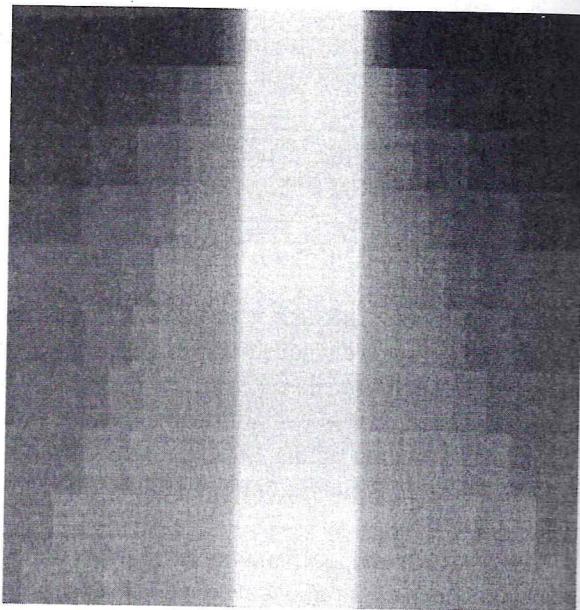


Рис. 3. Расчет интенсивности света в стержне диаметром 200 мкм (направление распространения света – сверху вниз).

В заключение следует отметить, что благодаря обратимости используемых соотношений рассмотренный метод открывает принципиальную возможность по заданному распределению света на выходе рассчитать в обратном ходе различные варианты конфигурации самого инструмента.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1998. 384 с.
2. Wyman D., Wilson B., Adams K. Dependence of laser coagulation on interstitial delivery parameters // Laser Surg. Med. 1994. V. 14. P. 59–64.
3. Кухтин С.В. Лазерное формирование медицинского волоконно-оптического рассеивающего инструмента // Автореф. канд. дис. СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 1999.
4. Voznessensky N.B. Optimum choice of basic functions for modeling light propagation through nanometer-sized structures // Proc. SPIE. 1999. V. 3791. P. 147–157.
5. Вознесенский Н.Б. Математическое моделирование процессов распространения и дифракции света в наноструктурах // Сб. материалов всеросс. совещ. "Зондовая микроскопия-2000", Нижний Новгород, 2000. С. 142–146.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
7. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
8. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979. 312 с.

9. Ярославский Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике. Введение в цифровую оптику. М.: Радио и связь, 1987. 296 с.
10. Пол А. Объектно-ориентированное программирование на C++. 2-е изд.: Пер. с англ. СПб.-М.: "Невский Диалект" – Изд-во "БИНОМ", 1999. 462 с.
11. Тихомиров Ю. Visual C++ 6. СПб.: БХВ-Санкт-Петербург, 1998. 496 с.
12. Биллинг В.А., Мусикаев И.Х. Visual C++ 4. Книга для программистов. М.: Изд. отд. "Русская редакция" ТОО "Channel Trading Ltd.", 1996. 352 с.