

РАСЧЕТ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 535.317.1

ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2005 г. В. А. Зверев, доктор техн. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики,
Санкт-Петербург

На основании представлений волновой оптики получено выражение, определяющее зависимость угла отражения света, падающего на движущуюся отражающую поверхность, от угла падения и скорости движения поверхности, подобное выражению, полученному из соотношений специальной теории относительности. Показано, что спектральный состав отраженного удаляющейся отражающей поверхностью света смещается в сторону увеличения длин волн, что определяет уменьшение отраженного светового потока, и наоборот.

Коды OCIS: 120.5700.

Поступила в редакцию 07.07.2004.

Предположим, что параллельный пучок лучей монохроматического света (плоский волновой фронт $W-W$) падает на плоское зеркало $m-m$ под углом $180^\circ - \epsilon$ к направлению нормали N к отражающей поверхности зеркала, при этом зеркало движется в направлении, обратном направлению нормали, со скоростью V_0 . Скорость V_0 будем считать положительной, если ее направление совпадает с направлением проекций векторов A_{01} и A_{02} на направление нормали к поверхности зеркала.

Луч A_{01} падает на отражающую поверхность зеркала в положении $m-m$ в точку N_1 и отражается от нее под некоторым углом ϵ' к нормали к поверхности зеркала, как показано на рис. 1. Луч A_{02} , параллельный лучу A_{01} , пересекает волновой фронт $W-W$, проходящий через точку N_1 перпендикулярно к лучу A_{01} , в точке P_1 и падает на отражающую поверхность в положении $m_\Delta-m_\Delta$ в точке N_2 . За время прохождения светом пути от точки P_1 до точки N_2 отражающая поверхность со скоростью V_0 успеет переместиться из положения $m-m$ в положение $m_\Delta-m_\Delta$ на расстояние, равное Δ . За это же время свет в направлении луча A'_{01} успеет пройти путь N_1P_2 . Таким образом, отраженный волновой фронт, перпендикулярный к отраженным лучам A'_{01} и A'_{02} , занимает положение $W'-W'$, как показано на рис. 1.

Полагая скорость света c в однородной среде постоянной, естественно принять, что $N_1P_2 = P_1N_2 = ct$, при этом $\Delta = V_0t$. Тогда в соответствии с рисунком будем иметь

$$P_1Q = N_1P_1 \sin \epsilon = P_1N_2 \cos \epsilon - \Delta = (c \cos \epsilon - V_0)t. \quad (1)$$

Из треугольника KP_2N_2 следует, что

$$N_2P_2 \cos \epsilon' = KN_2 - KP_2 \sin \epsilon', \quad (2)$$

$$N_2P_2 \sin \epsilon' = KP_2 \cos \epsilon'. \quad (3)$$

Разделив левую и правую части равенства (3) на соответствующие части равенства (2), получаем

$$\operatorname{tg} \epsilon' = \frac{KP_2 \cos \epsilon'}{KN_2 - KP_2 \sin \epsilon'}. \quad (4)$$

В соответствии с рисунком определим отрезки KP_2 и KN_2 :

$$KP_2 = KN_1 + N_1P_2 = \frac{\Delta}{\cos \epsilon'} + ct = \left(\frac{V_0}{\cos \epsilon'} + c \right)t, \quad (5)$$

$$KN_2 = \Delta \operatorname{tg} \epsilon' + N_1P_1 \cos \epsilon + N_2P_1 \sin \epsilon. \quad (6)$$

Из выражения (1) находим, что

$$N_1P_1 = \frac{c \cos \epsilon - V_0}{\sin \epsilon} t.$$

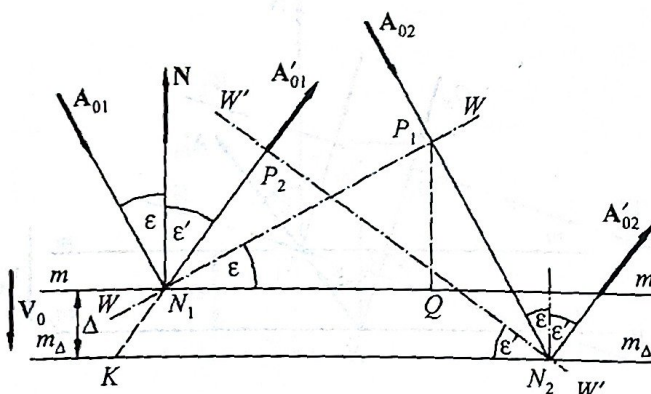


Рис. 1. Вывод закона отражения от движущейся отражающей поверхности.

При этом, учитывая, что $N_2 P_1 = ct$, а $\Delta = V_0 t$, выражение (6) можно написать в виде

$$KN_2 = \left(V_0 \operatorname{tg} \epsilon' + \frac{c \cos \epsilon - V_0}{\operatorname{tg} \epsilon} + c \sin \epsilon \right) t. \quad (7)$$

Подставим выражения (5) и (7) в соотношение (4), после преобразования получим

$$\operatorname{tg} \epsilon' = \frac{(V_0 + c \cos \epsilon) \sin \epsilon}{c - V_0 \cos \epsilon - c \sin \epsilon \sin \epsilon'}.$$

Это выражение легко приводится к виду

$$\frac{\sin \epsilon'}{c + V_0 \cos \epsilon'} = \frac{\sin \epsilon}{c - V_0 \cos \epsilon}, \quad (8)$$

откуда следует, что при $|V_0| < c$ при $\epsilon = 0$ угол $\epsilon' = 0$.

По сути дела, выражение (8) определяет закон отражения света от движущейся отражающей поверхности.

Это выражение можно получить, используя соотношения специальной теории относительности [1], что косвенно подтверждает справедливость изложенных соображений. Эти же соображения позволяют установить характер изменения длины волны света, отраженного движущимся зеркалом, относительно длины волны падающего света.

Действительно, пусть волновой фронт $W_\lambda - W_\lambda$ расположен на расстоянии, равном λ_0 , от волнового фронта $W - W$, при этом луч A_{01} , проходящий через точку N_1 , пересекает этот волновой фронт в точке Q_{01} , как показано на рис. 2.

Пусть некоторый луч A_1 , параллельный лучу A_{01} , пересекает волновой фронт $W_\lambda - W_\lambda$ в точке Q_0 , отражающую поверхность $m - m$ в точке N , а смещенную в положение $m_\lambda - m_\lambda$ отражающую поверхность — в точке $\tilde{N}$. При этом будем считать, что отраженный в точке $\tilde{N}$ луч A'_1 направлен вдоль отраженного в точке N_1 луча A'_{01} . Таким образом, световое возмущение в точке Q_0 волнового фронта $W_\lambda - W_\lambda$ такое же, как и в точке Q_{01} , приходит в точку N_1 в направлении луча A'_{01} , пройдя путь от точки Q_0 через точки N и $\tilde{N}$ до точки N_1 , по

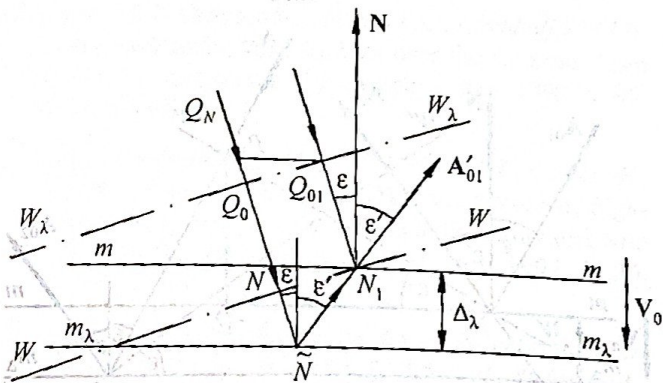


Рис. 2. Изменение длины волны света, отраженного движущимся зеркалом.

суть дела, равный длине волны λ света, отраженного поверхностью $m - m$ в положении $m_\lambda - m_\lambda$. За время t перемещения светового возмущения из точки Q_0 в точку $\tilde{N}$ отражающая поверхность $m - m$ переместится в положение $m_\lambda - m_\lambda$ на расстояние Δ_λ , при этом

$$t = \frac{\Delta_\lambda}{V_0} = \frac{Q_0 \tilde{N}}{c} = \frac{Q_0 N}{c} + \frac{\Delta_\lambda}{c \cos \epsilon}. \quad (9)$$

Через точку Q_{01} проведем линию в точку Q_N на луче A_1 , параллельную отражающей поверхности $m - m$. Тогда в соответствии с рис. 2 будем иметь

$$Q_0 N = Q_N N - Q_N Q_0 = \lambda_0 - NN_1 \sin \epsilon,$$

где $\lambda_0 = Q_{01} N_1$ — длина волны падающего на поверхность $m - m$ света. Но в соответствии с рис. 2 $NN_1 = \Delta_\lambda (\operatorname{tg} \epsilon + \operatorname{tg} \epsilon')$. Следовательно,

$$Q_0 N = \lambda_0 - \Delta_\lambda (\operatorname{tg} \epsilon + \operatorname{tg} \epsilon') \sin \epsilon. \quad (10)$$

Подставим это соотношение в выражение (9), получим

$$\frac{\Delta_\lambda}{V_0} = \frac{\lambda_0}{c} - \frac{\Delta_\lambda}{c} [(\operatorname{tg} \epsilon + \operatorname{tg} \epsilon') \sin \epsilon - 1/\cos \epsilon].$$

Отсюда находим, что

$$\Delta_\lambda = \frac{\lambda_0}{c/V_0 + \operatorname{tg} \epsilon' \sin \epsilon - \cos \epsilon}. \quad (11)$$

Полученное соотношение позволяет найти длину пути из точки Q_0 через точки N и $\tilde{N}$ в точку N_1 , т. е. найти длину волны λ отраженного движущейся отражающей поверхностью света. Итак,

$$\lambda = Q_0 N + N \tilde{N} + \tilde{N} N_1. \quad (12)$$

Но в соответствии с рисунком

$$N \tilde{N} = \Delta_\lambda / \cos \epsilon, \quad \tilde{N} N_1 = \Delta_\lambda / \cos \epsilon'.$$

Эти соотношения в сочетании с соотношением (10) позволяют представить выражение (12) в виде

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta_\lambda \left(\frac{1 - \sin \epsilon \sin \epsilon'}{\cos \epsilon'} + \cos \epsilon \right). \quad (13)$$

Подставим соотношение (11) в выражение (13), тогда

$$\lambda = \lambda_0 \frac{c \cos \epsilon' + V_0}{\cos \epsilon' (c - V_0 \cos \epsilon) + V_0 \sin \epsilon' \sin \epsilon}. \quad (14)$$

Из закона отражения (8) следует, что

$$c - V_0 \cos \epsilon = \frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} (c + V_0 \cos \epsilon').$$

Выполнив соответствующую этому соотношению подстановку в выражение (14) и преобразовав, получим

$$\lambda = \frac{\sin \epsilon'}{\sin \epsilon} \lambda_0.$$

Используя выражение (8), полученное соотношение удобно представить в виде

$$\lambda = \frac{c + V_0 \cos \varepsilon'}{c - V_0 \cos \varepsilon} \lambda_0. \quad (15)$$

Отсюда следует, что при $\varepsilon = \varepsilon' = 0$

$$\lambda(0) = \frac{c + V_0}{c - V_0} \lambda_0. \quad (16)$$

Положив в выражении (8) $\sin \varepsilon' = 1$ и соответственно $\cos \varepsilon' = 0$ ($V_0/|V_0| = 1$), легко показать, что в этом случае

$$\lambda\left(\varepsilon' = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sin \varepsilon} = \frac{c^2 + V_0^2}{c^2 - V_0^2} \lambda_0;$$

при этом

$$\eta = \frac{\lambda(\varepsilon' = \pi/2)}{\lambda(0)} = 1 - \frac{2\tilde{V}_0}{(1 + \tilde{V}_0)^2},$$

где $0 \leq \tilde{V}_0 < 1$, т. е. $0,5 < \eta \leq 1$.

При $\sin \varepsilon = 1$ ($V_0/|V_0| = -1$) аналогично получаем

$$\lambda\left(\varepsilon = \frac{\pi}{2}\right) = \sin \varepsilon' = \frac{c^2 - V_0^2}{c^2 + V_0^2} \lambda_0,$$

при этом

$$\eta = \frac{\lambda(\varepsilon = \pi/2)}{\lambda(0)} = 1 - \frac{2\tilde{V}_0}{1 + \tilde{V}_0^2},$$

где $-1 < \tilde{V}_0 \leq 0$, т. е. $1 \leq \eta < 2$.

Полученные соотношения дают наглядное представление о характере изменения угла отражения от движущейся отражающей поверхности и об изменении длины волны отраженного света. Важно отметить, что в рассматриваемом случае изменение длины волны отраженного света эквивалентно соответствующему изменению частоты колебаний световых возмущений, а следовательно, если считать постоянную Планка неизменной, то и изменению энергии отраженных квантов света. Те же соображения определяют изменение длины волны и энергии излучения, испускаемого движущейся поверхностью.

Таким образом, движущаяся относительно источников и приемников излучения в направлении от наблюдателя со скоростью, сопоставимой со скоростью света, отражающая поверхность представляет собой своеобразную "черную дыру".

ЛИТЕРАТУРА

1. Дитчберн Р. Физическая оптика. М.: Наука, 1965. 632 с.