

## ОЦЕНКА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ СВЕТОВОГО ПРИБОРА И ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

© 2013 г. С. М. Гвоздев\*, канд. техн. наук; О. К. Кущ\*, доктор техн. наук; С. А. Сафонов\*;  
В. И. Холодилов\*\*, канд. техн. наук; В. А. Хухтикова\*

\* “ЭКОЛАЙТ”, Москва

\*\* Особое конструкторское бюро “МЭЛЗ”, Москва

E-mail: gvozdevsm@yandex.ru

Быстрое развитие полупроводниковых источников света привело к появлению на светотехническом рынке мощных светодиодов номиналами от 5 до 50 Вт. Высокая светоотдача, широкий диапазон цветовых температур, долгий срок службы, возможность программного управления, доступная цена – это те преимущества светодиода, которые позволяют переходить от приборов с традиционными источниками света к светодиодным энергоэффективным приборам. Эффективность светового прибора, используемого в конкретной задаче освещения, определяется не только световой отдачей, но и коэффициентом полезного действия его светооптической части, а также зависит от конструкции корпуса светильника и теплоотводящей системы. В данной работе представлены методики выполнения оптического расчета и оптимизации светооптической системы на примере светодиодных светильников. Проведен анализ теплоотводящей системы на тепловой трубе для мощных светодиодов.

**Ключевые слова:** энергоэффективность, световые приборы, световая отдача, светооптическая система, тепловая труба, светодиод.

Коды OCIS: 330.1720, 330.1800, 330.3790, 330.4060, 330.6180, 3000.30290, 3000.30820

Поступила в редакцию 18.05.2012

Наиболее важным этапом в развитии энергоэффективного освещения является рассмотрение всех составляющих, определяющих качество освещения и эффективность световых приборов. Энергоэффективность светильных установок можно определить такими показателями световых приборов как световая отдача источника излучения, коэффициент полезного действия (КПД) системы питания и управления, материалоемкость, тепловые характеристики прибора, экономические показатели и оптимальная конфигурация светооптической системы.

В данной статье осуществляется попытка проследить взаимосвязь этих показателей, уделяя особое внимание энергоэффективности светооптической системы, которая является наиболее важной при разработке качественного освещения.

Эффективность светодиодного светильника зависит от характеристик используемых светодиодов и их рабочих режимов. Время жизни светодиода определяется температурой на

*p-n* переходе при заданном питающем токе, которому соответствует определенная светоотдача светодиода. Чем больший ток проходит через светодиод, тем больший световой поток можно получить с той же мощности. Однако при этом растет температура на *p-n* переходе, что отрицательно сказывается на сроке службы светодиода и его светоотдаче [1].

Светоотдача светового прибора (СП) зависит от КПД блока питания и теплоотвода. При мощностях более 100 Вт КПД блока питания составляет более 94%, и его характеристики приближаются к оптимальным. В то же время, для уменьшения материалоемкости можно увеличить мощность светодиодов, но тогда необходимо увеличить теплоотвод.

Таким образом, основным требованием для конструкции мощных светодиодных светильников должно быть наличие теплоотвода, способного обеспечить допустимую температуру на *p-n* переходе кристалла светодиода. Чтобы срок службы светодиодов, например фирмы Cree типа XM-L, составил от 50 000 час и бо-

лее, температура теплоотводящей поверхности основания светодиодов в рабочем режиме не должна превышать 85 °С. Данная позиция стала отправной точкой создания эффективного мощного светодиодного светильника.

Требования к конструкции и параметрам теплоотводящей системы светодиодного светильника были сформулированы на основе анализа существующих систем с учетом экспериментальных исследований теплоотдающих свойств радиаторов разного конструктивного исполнения.

Рассмотрим энергоэффективность оптической системы, которая определяется как выбором используемого в световом приборе источника света (ИС), представляющего собой множество светодиодов, с высокой светоотдачей, так и световым потоком, падающим на отражатель или проходящим через линзовую оптику и в итоге – на освещаемую поверхность.

Проанализируем баланс светового потока, падающего от ИС, на примере отражающей оптики и светодиодных источников света.

Ограничимся сначала осесимметричными (аксиально-симметричными) системами и рассмотрим поставленную задачу анализа для точечных ИС, характеризуемых кривой сил света (КСС)  $I(\alpha) = f(\alpha)$ .

При этом световой поток в угле охвата  $\alpha$  будет

$$\Phi_v(\alpha) = 2\pi \int_0^\alpha I(\alpha) \sin \alpha d\alpha. \quad (1)$$

$$\Phi_v(\alpha) = 2\pi \int_0^\alpha \sum_{k=0}^N \left[ P_k(\cos \alpha) \frac{2k+1}{2} \int_0^\pi I(\alpha) P_k(\cos \alpha) d\alpha \right] \sin \alpha d\alpha. \quad (6)$$

Теперь можно найти в конечном виде зональные световые потоки  $\Phi_v(\alpha)$  для различных ИС.

Если отражатель ограничен полярными координатами (угол охвата)  $\varphi_0$  и  $\varphi_e$ , тогда коэффициент использования светового потока отражателем текущего угла  $\varphi_m$

$$K = \Phi_v(\varphi_m) / \Phi_{v0}, \quad (7)$$

где  $\Phi_v(\varphi_m)$  – световой поток ИС в угле охвата  $\varphi_m$ ,  $\Phi_{v0}$  – полный световой поток от ИС.

В качестве примера рассмотрим определение коэффициента использования по световому потоку ОП с известной КСС, заданной в табличном виде. Условия освещения – промышлен-

В силу осевой симметрии возможно разложение функции  $I(\alpha)$  по полиномам Лежандра [2]. Если функция  $I(\alpha)$  задана точечно, то на данном этапе необходима аппроксимация. Полиномы Лежандра образуют ортогональную систему на отрезке от -1 до 1. Так как КСС определена в промежутке от 0 до  $\pi$ , необходимо провести замену аргумента на  $\cos \alpha$ .

Тогда разложенная по полиномам КСС

$$I(\alpha) = \sum_{k=0}^N c_k P_k(\cos \alpha), \quad (2)$$

где  $P_k$  – полином Лежандра  $k$ -ой степени,  $c_k$  – коэффициенты Фурье относительно полиномов  $P_k$

$$c_k = (2k+1) / 2 \int_0^\pi I(\alpha) P_k(\cos \alpha) d\alpha. \quad (3)$$

Полиномы можно найти, используя формулы Родрига

$$P_k(x) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{dx^k} (x^2 - 1)^k. \quad (4)$$

От степени полинома теперь будет зависеть точность представления КСС

$$I(\alpha) = \sum_{k=0}^N \left[ P_k(\cos \alpha) \frac{2k+1}{2} \int_0^\pi I(\alpha) P_k(\cos \alpha) d\alpha \right]. \quad (5)$$

Тогда световой поток определяется по КСС как

ный светильник (аксиально-симметричный), который освещает круговую площадку диаметром 9 м с высоты 5 м. Таким образом, полный угол охвата составляет 84°. В качестве источника используется мощный светодиод, который можно считать точечным по отношению к расстоянию до освещаемой площадки.

КСС светового прибора задана функцией  $I(\alpha)$  и представлена на рис. 1, где также обозначен половинный угол охвата, в котором заключен полезный световой поток. По выражению (5) аппроксимируем КСС полиномами 8-й степени, так как полиномы восьмого порядка имеют наименьшее расхождение с исходной функцией

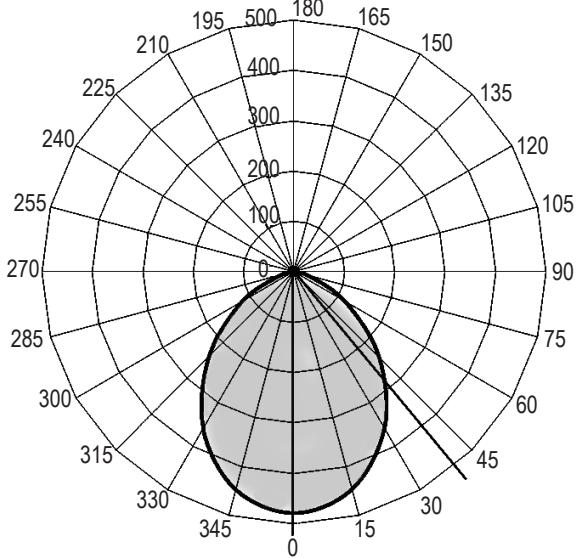


Рис. 1. КСС световогоприбора.

$$\begin{aligned} I(\alpha) = & 34,52 \cos^8 \alpha + 166,2 \cos^7 \alpha - \\ & - 57,31 \cos^6 \alpha - 372,9 \cos^5 \alpha + \\ & + 29,07 \cos^4 \alpha + 413,2 \cos^3 \alpha + \\ & + 243,5 \cos^2 \alpha + 36 \cos \alpha + 0,124. \end{aligned} \quad (8)$$

По выражениям (6) и (8) полный световой поток прибора равен 1000 лм, а световой поток в полном угле охвата 84° составляет 595 лм. Эффективность прибора оценивается по выражению (7), и для освещения площадки заданной геометрии составляет 59,5%. Это означает, что лишь 60% светового потока от прибора попадает на заданную площадь, т. е. имеет смысл выбрать осветительный прибор с более концентрированной КСС.

В общем случае, каждый ИС характеризуется набором коэффициентов Фурье  $c_k$ , начиная от ИС равномерного излучения, для которого  $k = 0$ , и ламбертовского с  $k = 1$ . Это дает возможность наиболее простым путем найти суммарное распределение освещенности от ряда светильников и, следовательно, проектировать их расположение в зависимости от нормируемого уровня освещенности и равномерности.

До этих пор рассматривались случаи, когда можно быстро оценить КПД оптической системы или эффективность использования светового потока для определенной задачи освещения. Теперь рассмотрим расчет светооптической системы “источник света + отражатель” на этапе оптимизации отражателя по заданному параметру.

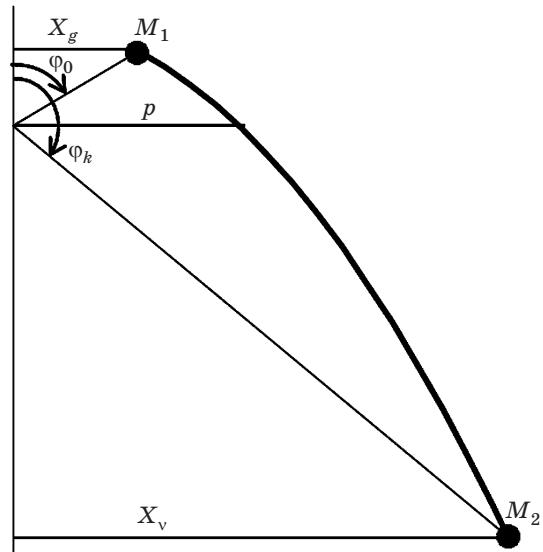


Рис. 2. Параметры параболоидного отражателя.

Задачу выбора эффективного отражателя при определенных граничных условиях можно представить как задачу оптимизации светооптической системы. Приведем последовательность решения на примере параболоидного отражателя, часто используемого для эффективного распределения светового потока в пространстве, и источника света, осевая сила света которого может быть ориентирована в любом направлении.

Пусть имеем  $X_g$  – радиус цокольного отверстия,  $X_v$  – радиус выходного отверстия отражателя,  $p$  – фокальный параметр параболы (рис. 2). Тогда полярные углы граничных точек отражателя будут

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \arccos \left[ \left( p^2 - X_g^2 \right) / \left( p^2 + X_g^2 \right) \right], \\ \varphi_e &= \arccos \left[ \left( p^2 - X_v^2 \right) / \left( p^2 + X_v^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

а световой поток в угле охвата определится как

$$\Phi_v(p) = 2\pi \int_{\varphi_0(p)}^{\varphi_e(p)} I(\varphi) \sin \varphi d\varphi. \quad (10)$$

Дифференцируя интеграл (10) как функцию параметра  $p$ , получим условие оптимизации

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_v}{dp} &= \\ &= 2\pi \left[ I(\varphi_e) \sin \varphi_e \frac{d\varphi_e}{dp} - I(\varphi_0) \sin \varphi_0 \frac{d\varphi_0}{dp} \right] = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

Отсюда условие оптимизации с учетом выражений (9) будет выглядеть как

$$I(\varphi_0)\sin^2\varphi_0 = I(\varphi_e)\sin^2\varphi_e. \quad (11)$$

Используя представление (2) для КСС

$$I(\varphi) = \sum_{k=0}^N c_k \sin^k \varphi,$$

получим

$$\sum_{k=0}^N c_k (\sin^{k+2} \varphi_0 - \sin^{k+2} \varphi_e) = 0. \quad (12)$$

Так как точки лежат на одной параболе, то

$$X_g \frac{1 + \cos \varphi_0}{\sin \varphi_0} = X_v \frac{1 + \cos \varphi_e}{\sin \varphi_e}. \quad (13)$$

Выражение (11) вместе с (12) можно рассматривать как нелинейное уравнение относительно параметра  $p = f(a, b)$  в случае, когда не все коэффициенты  $c_k > 0$ .

Если все  $c_k > 0$ , получим

$$\cos \varphi_0 + \cos \varphi_e = 0. \quad (14)$$

Решая уравнение (14),  $p$  можно записать компактно, как среднее геометрическое радиусов  $X_g$  и  $X_v$

$$p_0 = \sqrt{X_g X_v}. \quad (15)$$

На основании представленной методики покажем возможные случаи оптимизации светооптической системы по показателям эффективности преобразования светового потока от ИС.

**Пример 1.** Оценка КПД светового прибора при отражателе любой геометрии и известной конфигурации источника света.

Отойдем от точечного приближения и рассмотрим ИС конечных размеров на примере светодиодной линейки и цилиндрически-симметричного отражателя. Пусть поверхность отражателя ограничена точками  $M_1(X_1, Z_1)$  и  $M_2(X_2, Z_2)$  и требуется найти световой поток, падающий от ИС на эту поверхность.

Предположим теперь, что светодиодная линейка есть светящаяся по закону Ламберта полоса длиной  $l$  и высотой  $h$ . В этом случае световое поле ИС (полосы) можно описать системой софокусных гиперболоидов (рис. 3) [3]

$$\frac{x^2}{\lambda} + \frac{z^2}{\lambda - q^2} = 1,$$

где  $\lambda$  – параметр гиперболы, причем  $0 \leq \lambda \leq q^2$ ,  $q = h/2$  – расстояние от фокуса до начала координат.

Предполагается, что излучающая полоса располагается в плоскости  $Z0Y$  длинной стороной вдоль оси  $0Y$ , и средняя линия полосы совпадает с осью  $0Y$ .

Предлагается следующий алгоритм расчета баланса световых потоков.

1. По заданному значению фокусного расстояния  $q$  и координатам точки  $M_i$  найти параметр  $\lambda$  гиперболы, инцидентной точке  $M_i$  ( $i = 1, 2$ ).
2. Найти координаты пересечения световой линии с осью  $0Z - z_i$  ( $z_1 \leq z \leq z_2$ ).
3. Найти световой поток  $\Phi_{v1,2}$  от части полосы

$$\Phi_{v1,2} = \pi L_0 S_{1,2},$$

где  $S_{1,2} = l(z_2 - z_1)$ ,  $L_0$  – яркость ИС, кд/м<sup>2</sup>.

Полный световой поток от ИС является суммой световых потоков в горловину  $\Phi_{vOUT}$ , характеризующий потери, в угле охвата  $\Phi_{vANGLE}$  (управляемый световой поток) и в световое отверстие  $\Phi_{vDIR}$  (прямой световой поток). Эффективность отражателя оценивается как отношение суммы отраженного и прямого световых потоков к полному световому потоку  $\Phi_{v0}$  источника

$$K_{eff} = (\Phi_{vDIR} + \Phi_{vREFL})/\Phi_{v0}, \quad (16)$$

где  $\Phi_{vREFL} = \rho \Phi_{vANGLE}$  – отраженный световой поток,  $\rho$  – коэффициент отражения.

Зададим начальную  $\varphi_0$  и конечную  $\varphi_e$  точки, которые показаны на схеме, (рис. 2).

Яркость источника света равна  $1,27 \times 10^5$  кд/м<sup>2</sup> и определяется как

$$L = \Phi_{v0}/(\pi S),$$

где  $S$  – излучающая площадь ИС.

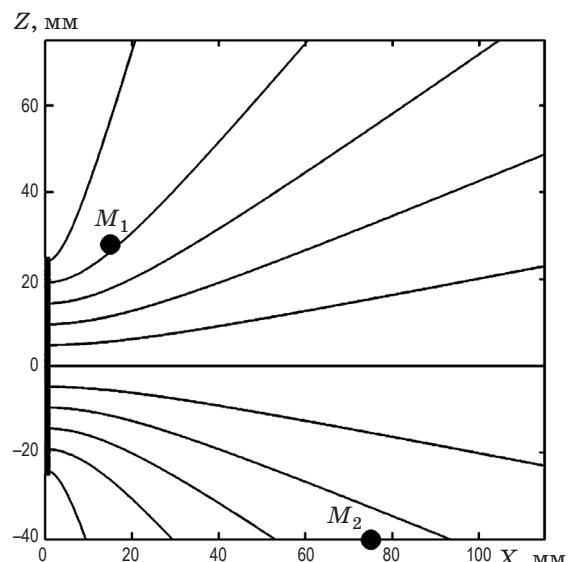


Рис. 3. Световое поле излучающей полосы.

В результате расчета получен следующий баланс световых потоков:

$$\Phi_{v\text{ANGLE}}/\Phi_{v0} = 0,89, \Phi_{v\text{DIR}}/\Phi_{v0} = 0,05,$$

$$\Phi_{v\text{OUT}}/\Phi_{v0} = 0,06.$$

Таким образом, можно оценить эффективность отражателя из анодированного алюминия (коэффициент отражения  $\rho \leq 0,93$ )

$$K_{\text{eff}} = \frac{\Phi_{v\text{DIR}} + \Phi_{v\text{REFL}}}{\Phi_{v0}} = 0,05 + \rho 0,89 = 0,88.$$

С учетом поглощения защитным стеклом выходящего светового потока (коэффициент поглощения 15%) получим итоговое максимальное значение эффективности светооптической системы 0,75. Такое значение приемлемо для данного класса световых приборов и может находиться в диапазоне 0,65–0,85.

Преимущество данного метода оценки КПД оптической части светильника состоит в том, что форма отражателя не важна: для расчета достаточно сведений о концевых точках – диаметрах горловины и светового отверстия и высоте профиля.

Использование данной методики возможно не только для определенного типа ИС (светодиоды). В качестве других примеров оптимизации отражающих поверхностей рассмотрим случаи для осесимметричной системы и традиционного ИС эллиптической формы (например, эллипсоидальные лампы ДРЛ и ДРИ). Принимая ИС излучающими по закону Ламберта, световое поле эллипса можно описать системой софокусных гиперболоидов [3]. Полуоси эллипса  $a$  и  $b$  расположены соответственно по осям  $OZ$  и  $OX$ , причем  $a > b$ .

**Пример 2.** Определение начальной точки отражателя любой формы при заданной геометрии источника света, чтобы потери светового потока в горловину не превышали допустимого значения от общего светового потока ИС.

При этом радиус горловины  $X_g$  задается исходя из конструктивных, теплотехнических и других соображений. Требуется найти координату начальной точки  $Z_g$ .

Приведем основные этапы алгоритма расчета.

1. Найти относительную координату  $w^*$  начала световой линии, соответствующей заданному коэффициенту потерь  $K$ , из уравнения

$$F(w^*) - F(1)(1 - 2K) = 0,$$

где

$$F(1) = \sqrt{1 - e^2} + \arcsin(e)/e, \\ e = 1 - a^{-2}b^2, \quad w = z/a.$$

Данное уравнение трансцендентное и решается численными методами.

2. Найти параметр гиперболы  $u$ , выходящей из точки  $z^*$

$$u^* = a^2[1 - (ew^*)^2].$$

3. Найти координату  $z$  искомой точки отражателя

$$Z_g = \frac{a^2 - u^*}{b^2 - u^*}(b^2 - u^* - X_g).$$

**Пример 3.** Расчет параболоида исходя из максимума коэффициента использования светового потока от ИС. При этом полагается, что диаметры горловины  $X_g$  и выходного отверстия  $X_v$  фиксированы [4].

Последовательность расчета.

1. Зададим начальное значение параметра  $p = (p_1, p_2)$ , при этом световой поток, инициированный 2-мя точками отражателя  $z_i$  ( $i = 1, 2$ )

$$\Phi_{v1,2} = \pi L_0 S_{1,2},$$

где

$$S_{1,2} = \pi ab[F(w_2) - F(w_1)],$$

$$F(w) = w\sqrt{1 - (ew)^2} + \arcsin(ew)/e,$$

$$e = 1 - a^{-2}b^2, \quad w = z/a, \quad L_0 \text{ -- яркость ИС, кд/м}^2.$$

2. С помощью программы FMIN [4] проводится поиск экстремального значения параметра  $p$ .

3. Рассчитывается профиль параболического отражателя с искомым параметром  $p$

$$r(\phi) = p/(1 + \cos\phi).$$

Источник: эллипсоид с полуосами  $a = 96$  мм,  $b = 60$  мм и световым потоком  $\Phi_v = 1000$  лм.

Отражатель:  $X_g = 150$  мм,  $X_v = 420$  мм.

Решение для  $p_0 = 251$  мм, рассчитанного по формуле (15):  $\Phi_{v0} = 503$  лм.

Как видно по графику зависимости  $\Phi(p)$  на рис. 4 (кружком отмечена точка  $(\Phi_{v0}, p_0)$ ), оптимальное решение соответствует именно значению параметра  $p = p_0$ .

Данные примеры наглядно показывают, как можно быстро оценить эффективность использования светового потока в различных ситуациях. В системе “источник света + отражатель” на этапе разработки светового прибора определяются габариты отражателя, при

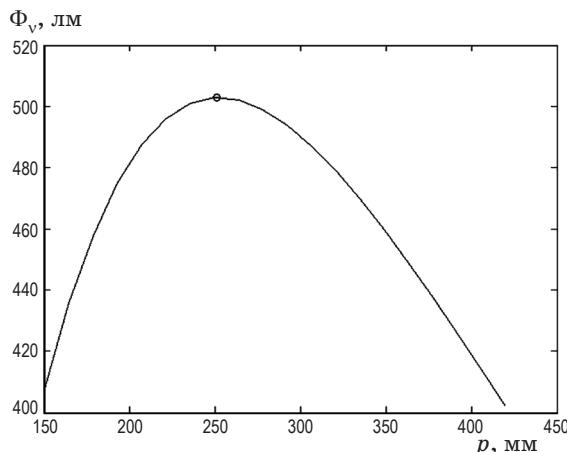


Рис. 4. Зависимость светового потока от фокального параметра.

которых будет обеспечено КПД отражающей оптики не менее требуемого по техническому заданию. Если же необходимо оценить эффективность уже имеющегося светового прибора, то можно рассчитать коэффициент использования СП по световому потоку для определенной задачи освещения.

Оптимизация конструктивных и оптических характеристик по материаломкости светодиодных световых приборов высокой мощности определяется теплоотводящими характеристиками конструкции. В результате проведенных авторами теоретических и экспериментальных исследований были выбраны основные параметры конструктивных элементов теплоотводящей системы мощного светодиодного светильника на базе светодиодов фирмы *Cree* типа XM-L. Алюминиевая печатная плата со светодиодами механически соединена с тепловой трубой (ТТ), на второй конец которой установлен радиатор. Целью расчета было показать, что при установке светодиодных плат на ТТ эффективность отвода тепла от мощных светодиодов будет выше, чем при использовании только радиатора. Кроме того, из нескольких типов радиаторов был выбран наиболее эффективный для использования его с ТТ.

Расчет проводился в программной среде ANSYS для нескольких случаев: варьировались размеры печатной платы и плотность установки на ней светодиодов. При этом размеры теплоотводящей площадки светодиода принимались равными 4,8×2,8 мм, а КПД светодиода – 30%.

Результаты расчета сравниваются с данными, полученными для аналогичной конфигурации плат при расположении печатной платы

со светодиодами непосредственно на основании радиатора. ТТ способна создавать перепад температур 3 °C между холодным и горячим концами для мощности 30 Вт и 5 °C – при 60 Вт.

Была выбрана печатная плата TCB-4 *Polytrinics Technology Corp*, имеющая следующие свойства: проводящий слой – медь толщиной 0,035 мм, диэлектрик толщиной 0,1 мм, подложка – алюминий толщиной 1,5 мм. Температура окружающего воздуха – +40 °C.

Для каждого из выбранных вариантов экспериментальных образцов светодиодных модулей должно выполняться условие теплового баланса, которое в общем случае можно представить как

$$P_{\text{cons}} - F_{\text{rad}} = \alpha F_r (T_r - T_c), \quad (17)$$

где  $P_{\text{cons}}$  – потребляемая электрическая мощность светодиодами в Вт,  $F_{\text{rad}}$  – мощность излучения светодиодного модуля в Вт,  $\alpha F_r (T_r - T_c)$  – мощность, отводимая радиатором в окружающее пространство в Вт,  $\alpha$  – суммарный коэффициент теплоотдачи радиатором, Вт/м<sup>2</sup> °C,  $F_r$  – площадь поверхности радиатора, м<sup>2</sup>,  $T_r$  – температура основания радиатора, °C,  $T_c$  – температура окружающей среды, °C.

Температуру теплоотводящей площадки светодиода можно рассчитать, принимая во внимание равенство левой и правой частей в выражении (17), по уравнению

$$\Delta T_{\text{LED}} - \Delta T_{\text{LED-HP}} = \frac{Q}{\alpha_{\text{eff}} L} + \Delta T_{\text{HP}} + T_c,$$

где  $\Delta T_{\text{LED}}$  – температура основания светодиода, °C,  $\Delta T_{\text{LED-HP}}$  – разность температур между основанием светодиода и ТТ или между основанием светодиода и радиатором,  $Q$  – тепловой поток, выделяемый светодиодами, Вт,  $\alpha_{\text{eff}}$  – коэффициент теплоотдачи радиатора, рассчитанный для погонного метра длины, Вт/м °C,  $L$  – полная длина радиатора, м.

Рассмотрим пример расчета теплового поля светодиодной платы.

Размеры печатной платы 250×30 мм,

Количество светодиодов 8 шт.,

Потребляемая светодиодом мощность

1) 1,4 A×3,2 В = 4,5 Вт,

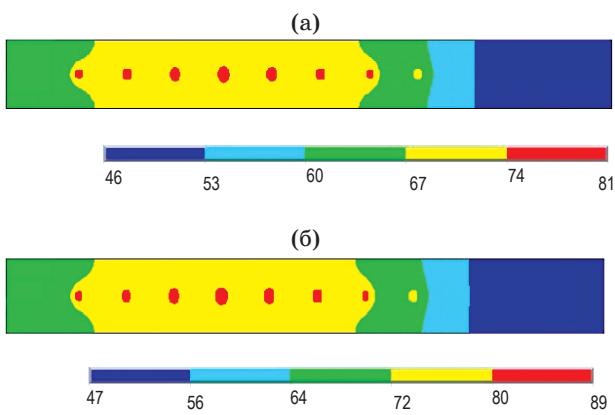
2) 1,75 A×3,05 В = 5,3 Вт,

Шаг между светодиодами 21 мм.

Площадь радиатора 1520 см<sup>2</sup>.

Результаты расчета представлены на рис. 5, 6.

Анализ теплового поля светодиодов на печатной плате, установленной на ТТ, показал,

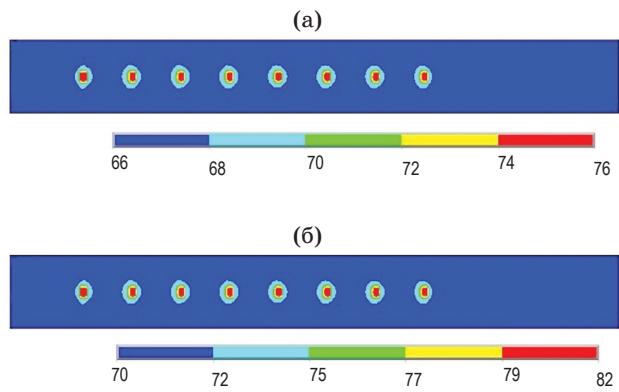


**Рис. 5.** Температурные поля модуля при установке на радиатор (в °С). Мощности светодиода 4,5 Вт (а) и 5,3 Вт (б).

что максимальная температура основания светодиодов составляет 82 °С при температуре окружающей среды +40 °С и 72 °С – при температуре окружающей среды +30 °С. Максимальная температура основания светодиодов при установке платы непосредственно на радиаторе составляет 89 °С при температуре окружающей среды +40 °С, что на 4 °С выше предельного значения.

### Заключение

На основе теоретических и экспериментальных работ показано, что использование ТТ позволяет снизить материалоемкость конструк-



**Рис. 6.** Температурные поля модуля при установке на ТТ (в °С). Мощности светодиода 4,5 Вт (а) и 5,3 Вт (б).

ции светильника за счет применения мощных светодиодов с большой светоотдачей, и при этом соблюдается тепловой режим на *p-n* переходе кристалла светодиода в пределах 85 °С. Выход на оптимальный тепловой режим создает условия стабилизации высокой световой отдачи ИС и срока службы свыше 50 000 час. Поэтому дальнейшие действия конструирования касаются только оптимизации светооптической части светового прибора, что и определяет энергоэффективность освещения в целом.

Работа выполнялась в рамках научно-исследовательской работы, проводимой по государственному контракту № 16.516.11.6101 Министерства образования и науки РФ.

\* \* \* \* \*

### ЛИТЕРАТУРА

- Гвоздев С.М., Митрофанов А.В., Сафонов С.А., Холдилов В.И., Хухтикова В.А. Эффективное решение для мощных светодиодных светильников уличного освещения // Полупроводниковая светотехника. 2012. № 1. С. 28–32.
- Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа / Под ред. Демидовича Б.П. М.: Физматгиз, 1963. 400 с.
- Гершун А.А. Избранные труды по фотометрии и светотехнике. М.: Физматгиз, 1958. 548 с.
- Кущ О.К. Оптический расчет световых и облучательных приборов на ЭВМ. М.: Энергоатомиздат, 1991. 152 с.