

# НЕРЕЗОНАНСНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ УТРОЕННЫХ ЧАСТОТ ПРИ САМОФОКУСИРОВКЕ ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА КОЛЕБАНИЙ В ПРОЗРАЧНЫХ ОБЪЕМНЫХ СРЕДАХ

© 2010 г. Д. В. Лашкин; Ю. А. Шполянский, канд. физ.-мат. наук

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург

E-mail: shpolyan@mail.ru

Показано, что пренебрежение генерацией утрученных частот в уравнениях для огибающих импульсов из малого числа колебаний светового поля может приводить к существенной переоценке эффективности их самофокусировки в прозрачных объемных средах с кубической нелинейностью.

**Ключевые слова:** самофокусировка, сверхширокий спектр, суперконтинуум, огибающая, генерация третьей гармоники, предельно короткий импульс.

Коды OCIS: 260.5950, 190.7110, 320.2250.

Поступила в редакцию 19.05.2010.

## Введение

Уравнения для комплексной огибающей к настоящему времени широко применяются для описания эволюции интенсивных фемтосекундных импульсов в прозрачных средах с дисперсией и нелинейностью [1, 2]. В теоретических работах, использующих формализм огибающих, всегда учитывают эффекты самовоздействия излучения, такие как фазовая самомодуляция и самофокусировка. Еще одно важное проявление нелинейности прозрачных сред – генерация кратных частот [3, 4], однако это, в отсутствие специальных условий фазового синхронизма, обычно пренебрегают. Также поступают и в случае предельно коротких импульсов (ПКИ) длительностью менее 10 колебаний поля. Заметим, что ширина спектра ПКИ оказывается сопоставимой с центральной частотой. Такие спектры называют сверхширокими или континуумными.

В настоящей работе показано, что для импульсов из малого числа колебаний даже нерезонансная генерация кратных частот в объемных средах может существенно влиять на эффективность самофокусировки излучения – на рост интенсивности в фокусе и уменьшение поперечного размера пространственно-временной структуры. Пренебрежение генерацией утрученных частот в общем случае приводит к переоценке эффективности фокусировки.

## Уравнение для комплексной огибающей излучения со сверхшироким спектром

Параксиальная эволюция фурье-спектра комплексной огибающей

$$\varepsilon(\omega) = F(\varepsilon(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t) \exp(-i\omega t) dt$$

электрического поля  $E$  в прозрачной среде с дисперсией и кубической нелинейностью электронной природы может быть описана уравнением [2–4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon(\omega)}{\partial z} + ik(\omega + \omega_0)\varepsilon(\omega) + F[N_t(\varepsilon(t))] = \\ = -\frac{i}{2k(\omega + \omega_0)} \Delta_{\perp} \varepsilon(\omega). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $z$  – направление, вдоль которого распространяется излучение,  $t$  – время,  $\omega$  – частота,  $\omega_0$  – центральная частота,  $k$  – константа распространения,  $\Delta_{\perp}$  – поперечный лапласиан,  $N_t$  – оператор, учитывающий влияние нелинейности среды во временной области, –

$$\begin{aligned} N_t(\varepsilon(t)) = \frac{3\pi\chi}{2cn_0} \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon |\varepsilon|^2) + i\omega_0 \varepsilon |\varepsilon|^2 \right] + \right. \\ \left. + \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + i\omega_0 \varepsilon \right] \exp(2i\omega_0 t) \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n_0 = n(\omega_0)$ ,  $n(\omega) = ck(\omega)/\omega$  – линейный показатель преломления,  $\chi$  – нелинейная кубиче-

ская восприимчивость,  $c$  – скорость света в вакууме.

Слагаемое в правой части (1) описывает по-перечные пространственные эффекты. Несложно показать, что оно включает в себя оператор самоукручения self-steepening заднего фронта [2], который необходимо использовать в случае ПКИ.

В (2), кроме привычных слагаемых, описывающих самовоздействие излучения (первые квадратные скобки в правой части), учтены также слагаемые с осциллирующим множителем  $\exp(2i\omega_0 t)$ , описывающие генерацию утроенных частот и их взаимодействие с излучением на основных частотах [3, 4], которыми обычно пренебрегают.

### Численное моделирование

Приведем результаты расчетов пространственно-временной эволюции осесимметричного ПКИ интенсивностью  $I = 1,6 \times 10^{13} \text{ Вт/см}^2$  в аргоне при атмосферном давлении, с параметрами, соответствующими экспериментам [5]. Начальное распределение электрического поля импульса на входе в среду ( $z = 0$ ) задавалось в виде

$$E(z, r, t) \Big|_{z=0} = E_0 \exp\left(-2 \frac{r^2}{\Delta r_0^2}\right) \exp\left(-2 \frac{t^2}{\tau_0^2}\right) \sin(\omega_0 t), \quad (3)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x$  и  $y$  – поперечные координаты,  $E_0$  – амплитуда электрического поля,  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$  – центральная частота,  $\lambda_0 = 800 \text{ нм}$  – центральная длина волны,  $\tau_0 = 6 \text{ фс}$  – начальная длительность,  $\Delta r_0 = 0,4 \text{ мм}$  – поперечная ширина пучка по уровню  $e^{-1}$  от максимума интенсивности. Электрическое поле связано с огибающей известным соотношением

$$E(t) = 0,5 \varepsilon(t) \exp(i\omega_0 t) + \text{к.с.},$$

где “к.с.” обозначает комплексное сопряжение.

Частотная зависимость линейного показателя преломления аргона имеет вид  $n(\omega) = N_0 + a\omega^2$ , где  $N_0 = 1,005$ ,  $a = 1,4668 \times 10^{-45} \text{ с}^3 \text{ м}^{-1}$  [6]. Коэффициент нелинейного показателя преломления аргона оценивается как  $\tilde{n}_2 = 1,4 \times 10^{-19} \text{ см}^2/\text{Вт}$  [5],  $\tilde{n}_2 [\text{см}^2/\text{кВт}] = (4\pi^2/n_0^2)\chi$  [СГСЭ].

На рис. 1 и 2 представлены результаты численного решения (1) с учетом и без учета в (2) слагаемых, ответственных за генерацию утроенных частот. На рис. 1 показана эволюция про-

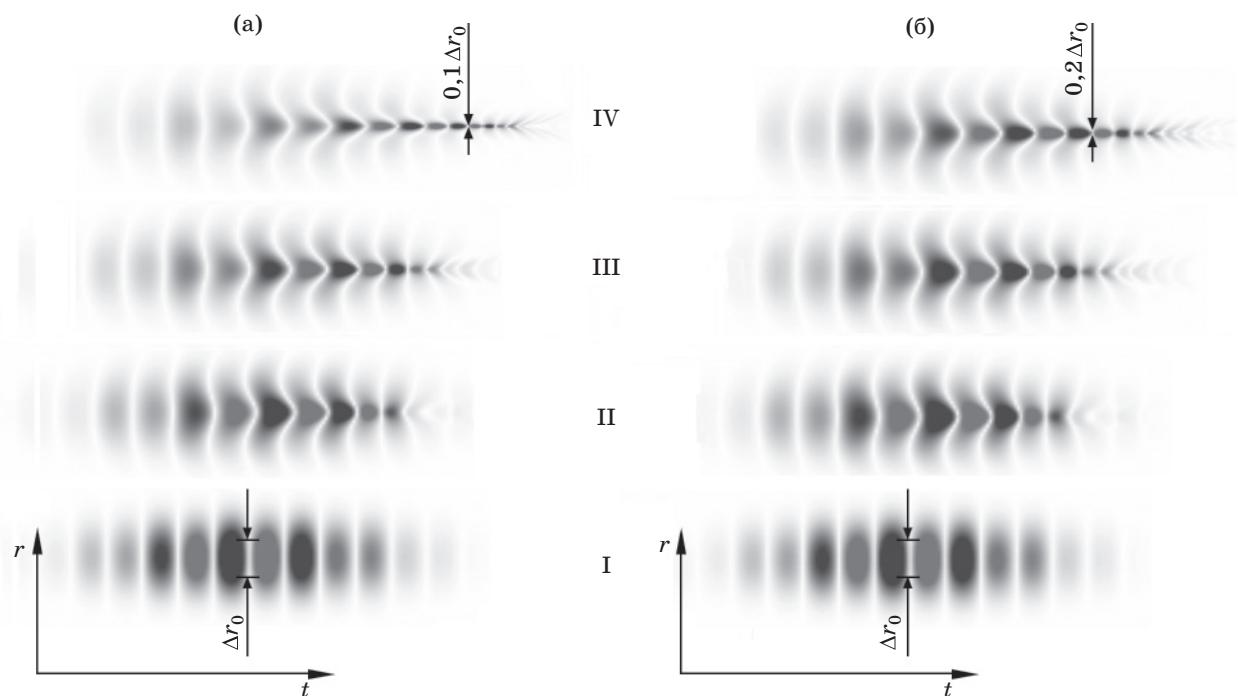
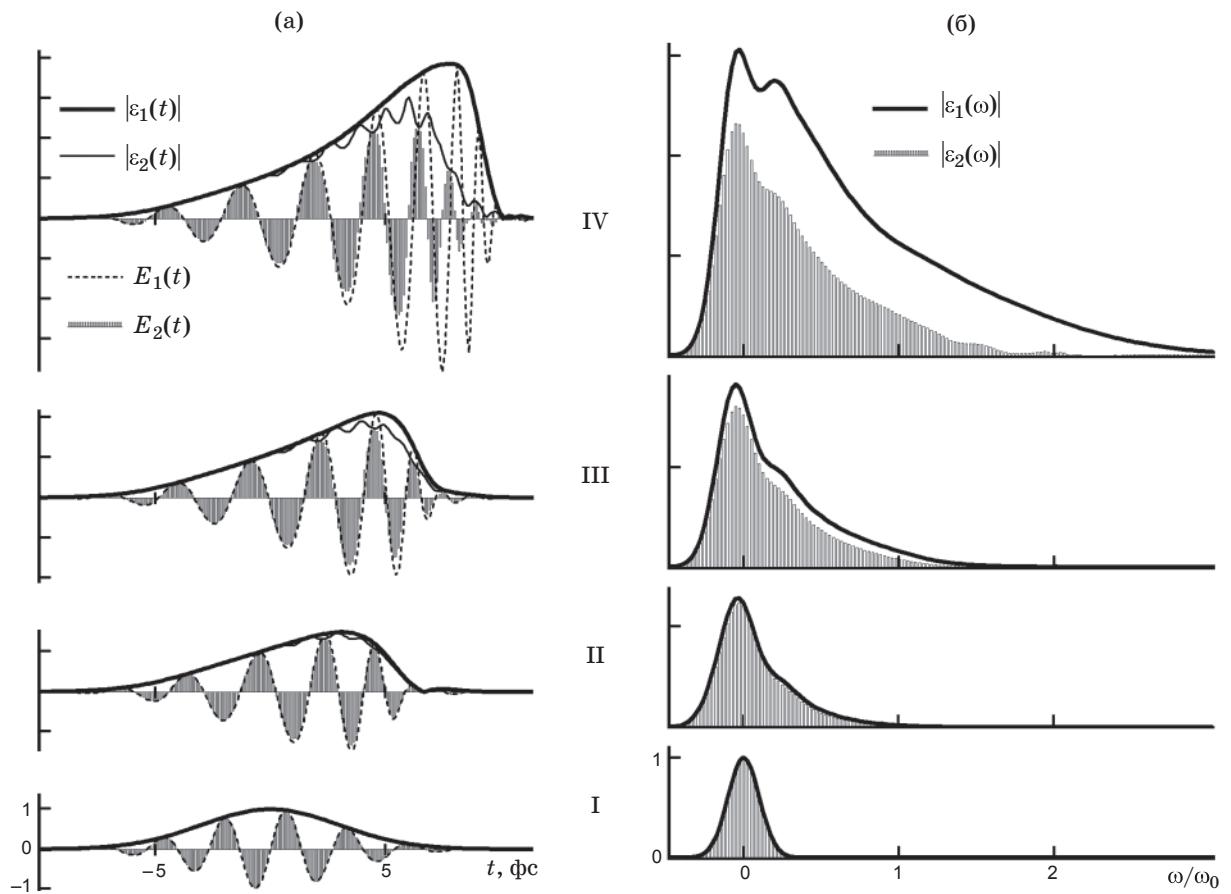


Рис. 1. Пространственно-временная эволюция электрического поля ПКИ без учета (а) и с учетом (б) генерации утроенных частот в системе координат, сопровождающей импульс с его групповой скоростью. Слои I–IV – расстояния  $z$ , соответственно равные 0, 10, 12,5 и 15 см.



**Рис. 2.** Приосевая ( $r = 0$ ) эволюция огибающей и электрического поля ПКИ (а) и спектральной плотности огибающей (б) без учета (1) и с учетом (2) утроенных частот. Значения отнесены к своим максимумам при  $z = 0$ . Система координат и слои I–IV те же, что на рис. 1.

странственно-временных распределений электрического поля. На рис. 2а показаны срезы на оси пучка ( $r = 0$ ) электрического поля и временной огибающей, а на рис. 2б – спектра огибающей. Из рисунков видно, что в рассматриваемом режиме происходит самофокусировка ПКИ, которая проявляется в поперечном сжатии и возрастании значений поля в приосевой области. Сопоставление результатов расчетов с учетом и без учета утроенных частот позволяет наблюдать качественные различия. Утроенные частоты существенно видоизменяют профиль временной огибающей. В приосевой области образуются высокочастотные колебания, определяемые быстро осциллирующим множителем  $\exp(2i\omega_0 t)$ . По мере распространения утроенные частоты отстают от основной части импульса в условиях нормальной групповой дисперсии и уносят часть энергии, ограничивая рост поля и поперечное сжатие структуры. Различия размеров формирующейся перетяжки достигают

2 раз к расстоянию  $z = 15$  см (рис. 1). Приблизительно так же, но в обратную сторону различаются максимальные значения интенсивности, пропорциональной квадрату модуля огибающей (рис. 2а). Предсказания ширины формирующегося спектра на оси пучка различаются почти в 1,5 раза (рис. 2б).

## Заключение

Получено численное решение уравнения для комплексной огибающей осесимметричного ПКИ в объемной среде. Показано, что для ПКИ с длительностью 6 фс и интенсивностью  $I = 1,6 \times 10^{13}$  Вт/см<sup>2</sup> пренебрежение в уравнении для огибающей членом, ответственным за генерацию утроенных частот, приводит к переоценке эффективности самофокусировки и, как следствие, мощности “синего” крыла спектра.

Работа профинансирована грантом Президента Российской Федерации для государст-

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С.А., Выслouch В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
  2. Brabec Th., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. № 7. P. 3282–3285.
  3. Bespalov V.G., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Yu.A., Walmsley I.A. Simplified field wave equations for the nonlinear propagation of extremely short light pulses // Physical Review A. 2002. V. 66. P. 013811(1-10).
  4. Genty G., Kinsler P., Kibler B., Dudley J.M. Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear wave-guides // Optics Express. 2007. V. 15. № 9. P. 5382–5387.
  5. Aközbek N., Trushin S.A., Baltuska A., Fub W., Goulielmakis E., Kosma K., Krausz F., Panja S., Überacker M., Schmid W.E., Becker A., Scslora M., Bloemer M. Extending the supercontinuum spectrum down to 200 nm with few-cycle pulses // New J. Phys. 2006. № 8. P. 3–5.
  6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
-