

# Оптический журнал

Формирование, обработка и распознавание изображений  
Image formation, processing and recognition

DOI: 10.17586/1023-5086-2024-91-01-25-32

УДК 621.035

## Алгоритм коррекции дрожания изображения звезды в наземном оптическом телескопе с помощью искусственного опорного источника

Виктор Владимирович Клеймёнов<sup>1</sup>,  
Елена Владимировна Новикова<sup>2✉</sup>

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

<sup>1</sup>vka@mil.ru <https://orcid.org/0000-0002-61112>

<sup>2</sup>vka@mil.ru <https://orcid.org/0000-0002-5988-7641>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Аналитическая корреляционная зависимость между случайными векторами, характеризующими положения прогнозируемого (рассчитанного) изображения малозаметной звезды и измеренного изображения искусственного опорного источника — лазерной опорной звезды в фокальной плоскости наземного адаптивного оптического телескопа. **Цель работы** заключается в разработке на основе корреляционной теории алгоритма коррекции дрожания прогнозируемого изображения малозаметной естественной звезды в фокальной плоскости телескопа по регистрируемому изображению лазерной опорной звезды. **Метод.** Алгоритм базируется на положениях корреляционной теории определения вектора прогнозируемого положения изображения малозаметной звезды за время короткой экспозиции с учетом измеренного положения изображения искусственного опорного источника (в виде линейной регрессии). **Основные результаты.** Получены аналитические выражения для модуля вектора прогнозируемого положения изображения малозаметной звезды и его наклона относительно вектора измеренного положения изображения лазерной опорной звезды. На их основе разработан алгоритм коррекции дрожания изображения малозаметной звезды в наземном оптическом телескопе с помощью искусственного опорного источника. Для моностатической и бистатической схем формирования лазерной опорной звезды рассчитаны значения модуля вектора изображения звезды и его наклона относительно вектора изображения лазерной опорной звезды для различных отношений диаметров апертур телескопа и зондирующего лазера. **Практическая значимость.** Полученные в работе результаты могут быть использованы при синтезе наземных адаптивных оптических телескопов для наблюдения малоразмерных космических объектов естественного и искусственного происхождения с учетом особенностей астроклиматов в географических местах их размещения.

**Ключевые слова:** адаптивная оптика, лазерная опорная звезда, моностатическая и бистатическая схемы, дрожание изображения, коэффициент корреляции

**Ссылка для цитирования:** Клеймёнов В.В., Новикова Е.В. Алгоритм коррекции дрожания изображения звезды в наземном оптическом телескопе с помощью искусственного опорного источника // Оптический журнал. 2024. Т. 91. № 1. С. 25–32. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2024-91-01-25-32>

**Коды OCIS:** 010.1080, 110.1085, 010.3310, 010.1330, 010.1300

# Algorithm for correcting star image jitter in a ground-based optical telescope using an artificial reference source

VIKTOR V. KLEYMIONOV<sup>1</sup>, ELENA V. NOVIKOVA<sup>2</sup>✉

Military-Space Academy by name of A.F. Mozhaysky, St.Petersburg, Russia

<sup>1</sup>vka@mil.ru <https://orcid.org/0000-0002-61112>

<sup>2</sup>vka@mil.ru <https://orcid.org/0000-0002-5988-7641>

## Abstract

**Subject of study.** Analytical correlation dependence between random vectors characterizing the positions of the predicted (calculated) image of an inconspicuous star and the measured image of an artificial reference source — a laser reference star in the focal plane of a ground-based adaptive optical telescope. The **aim of this work** is to develop, based on the correlation theory, an algorithm for correcting the jitter of the predicted image of an inconspicuous natural star in the focal plane of the telescope based on the recorded image of the laser reference star. **Method.** The algorithm is based on the provisions of the correlation theory for determining the vector of the predicted position of the image of an inconspicuous star during a short exposure, taking into account the measured position of the image of an artificial reference source (in the form of linear regression). **Main results.** Analytical expressions are obtained for the modulus of the vector of the predicted position of the image of an inconspicuous star and its inclination relative to the vector of the measured position of the image of the laser reference star. On their basis, an algorithm for correcting the image jitter of an inconspicuous star in a ground-based optical telescope using an artificial reference source was developed. For monostatic and bistatic schemes of laser guide star formation, the module of the star image vector and its inclination relative to the laser guide star image vector are calculated for various ratios of the aperture diameters of the telescope and the probing laser. **Practical significance.** The results obtained in this article can be used in the synthesis of ground-based adaptive optical telescopes when observing small-sized space objects of natural and artificial origin, taking into account the astroclimatic features in their geographic locations.

**Keywords:** adaptive optics, laser reference star, monostatic and bistatic schemes, image jitter, correlation coefficient

**For citation:** Kleymionov V.V., Novikova E.V. Algorithm for correcting star image jitter in a ground-based optical telescope using an artificial reference source [in Russian] // Opticheskii Zhurnal. 2024. V. 91. № 1. P. 25–32. <http://doi.org/10.17586/1023-5086-2024-91-01-25-32>

**OCIS codes:** 010.1080, 110.1085, 010.3310, 010.1330, 010.1300

## ВВЕДЕНИЕ

При наблюдении астрономических объектов широкое применение находят адаптивные оптические системы (АОС). Они предназначены для измерения и компенсации фазовых искажений, вносимых атмосферой и приводящих к значительному снижению разрешающей способности и проникающей силы наземных оптических телескопов [1–6]. Наибольший вклад в эти искажения вносят случайные наклоны волнового фронта (ВФ), затрудняющие формирование функции резкости изображения из-за его случайных сдвигов в фокальной плоскости телескопа.

Для эффективной работы датчика волнового фронта (ДВФ) АОС необходим опорный точечный источник требуемой яркости. При наблюдении звезды слабой яркости принимаемого от нее количества фотонов может быть недостаточно для обеспечения работы ДВФ на фоне внутренних и внешних (атмосферных) шумов. В связи с этим для наблюдения малоизвестных астрономических объектов и малоразмерных фрагментов космического мусора в зарубежных крупноапertureальных наземных адаптивных оптических телескопах используются искусственные опорные источники — лазерные опорные звезды (ЛОЗ), формирую-

емые в поле зрения АОС [1–4, 7–10]. Общей проблемой при приеме излучения от ЛОЗ является компенсация дрожания наклона ВФ от наблюдаемой (естественной) звезды. В публикации [9] рассматриваются различные алгоритмы компенсации наклона ВФ по сигналу от ЛОЗ. Однако они, как правило, сложны при технической реализации.

Так как при прохождении излучения от звезды через случайно-неоднородную среду фазовые искажения ВФ, в том числе его наклоны, являются случайными, то между векторами, характеризующими в фокальной плоскости телескопа взаимные положения естественной и искусственной звезд, наблюдается вероятностная связь. Однако между их усредненными значениями существует корреляционная зависимость [2, 6, 11, 12, 14, 15].

Целью настоящей работы, результаты которой изложены в статье, является разработка алгоритма коррекции дрожания прогнозируемого изображения малозаметной естественной звезды в фокальной плоскости телескопа по регистрируемому изображению ЛОЗ на основе корреляционной теории.

### АЛГОРИТМ КОМПЕНСАЦИИ ДРОЖАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ МАЛОЗАМЕТНОЙ ЗВЕЗДЫ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ЛАЗЕРНОЙ ОПОРНОЙ ЗВЕЗДЫ

Для формирования искусственной лазерной звезды в наземных адаптивных оптических телескопах широкое распространение получили моностatische схемы и различного вида бистатические схемы.

Рассмотрим сначала моностatische схему формирования ЛОЗ, в которой оптические оси зондирующего лазера с диаметром пучка  $d$  и наземного телескопа диаметром  $D$  (с фокусным расстоянием  $F$ ) направлены на естественную звезду (на расчетное положение при ее недостаточной яркости). Полагаем, что распространяющийся на вертикальной трассе фокусируемый гауссов лазерный пучок, во-первых, достаточно широкий (параметр Френеля пучка  $\Omega = (kd^2/z_s) >> 1$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $z_s$  — расстояние до ЛОЗ ( $z_s = F$ )), а во-вторых, турбулентное уширение лазерного пучка не превалирует над фокусировкой ( $\Omega^{-2}(0,5D_s(d)^{6/5}) \ll 1$ , где  $D_s(d)$  — структурная функция флюктуации фазы).

Измеряемый в фокальной плоскости телескопа случайный вектор мгновенного положения энергетического центра тяжести изображения ЛОЗ имеет вид

$$\rho_{lz} = \rho_d + \rho_D, \quad (1)$$

где  $\rho_d$  — вектор случайного положения энергетического центра тяжести фокусируемого лазерного пучка, обусловленного его дрожанием при распространении снизу вверх, а  $\rho_D$  — вектор случайного положения точечного источника сферической волны в фокальной плоскости телескопа при распространении ее сверху вниз.

Дисперсия дрожания случайного углового смещения изображения ЛОЗ в фокальной плоскости зеркала телескопа  $\sigma_m = |\rho_{lz}|/F$  определяется выражением [2, 11, 12]

$$\begin{aligned} \sigma_m^2 = & \langle \rho_{lz}^2 \rangle = \langle \rho_d^2 \rangle + \langle \rho_D^2 \rangle + 2\langle \rho_d \rho_D \rangle = \\ & = 2^{7/6} \pi^2 0,033 \Gamma(1/6) \times \\ & \times \left[ d^{-1/3} + D^{-1/3} \pm 2^{7/6} (D^2 + d^2)^{-1/6} \right] \times \\ & \times \int_0^{z_s} d\xi [1 - (\xi/z_s)]^{5/3} C_n^2(\xi), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Gamma(*)$  — гамма-функция,  $C_n^2(\xi)$  — структурная функция показателя преломления атмосферы. В выражении (2) первое слагаемое  $\langle \rho_d^2 \rangle = \sigma_d^2$  — дисперсия дрожания угла наклона  $\varphi_d = |\rho_d|/z_s$  лазерного пучка, распространяющегося снизу вверх, второе слагаемое  $\langle \rho_D^2 \rangle = \sigma_D^2$  — дисперсия случайного углового смещения  $\varphi_D = |\rho_D|/F$  изображения ЛОЗ при распространении от нее излучения сверху вниз, третье слагаемое (корреляционная составляющая  $\langle \rho_d \rho_D \rangle$ ) описывает корреляцию между фазовыми флюктуациями излучаемого пучка и принимаемой волны от ЛОЗ.

Дрожание изображения естественной звезды, характеризуемое случайнym смещением его энергетического центра тяжести (интенсивности), относительно центра фокальной плоскости телескопа определяется вектором  $\rho_z$  или случайнym углом  $\varphi_{pl} = |\rho_z|/F$ , отсчитываемым от оптической оси телескопа, дисперсию дрожания которого обозначим  $\sigma_{pl}^2$ .

Выражения для  $\sigma_{\text{pl}}^2$ ,  $\sigma_{\text{m}}^2$ ,  $\sigma_d^2$  и  $\sigma_D^2$  с учетом формулы (2) перепишем в следующем виде [13]:

$$\sigma_{\text{pl}}^2 = 0,364D^{-1/3} \left(r_0^{\text{pl}}\right)^{-5/3} \lambda^2, \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{m}}^2 = 0,364 \left(r_0^{\text{sf}}\right)^{-5/3} \lambda^2 \times \\ \times \left[d^{-1/3} + D^{-1/3} - 2^{7/6} \left(D^2 + d^2\right)^{-1/6}\right], \quad (4)$$

$$\sigma_d^2 = 0,364d^{-1/3} \left(r_0^{\text{sf}}\right)^{-5/3} \lambda^2, \quad (5)$$

$$\sigma_D^2 = 0,364D^{-1/3} \left(r_0^{\text{sf}}\right)^{-5/3} \lambda^2, \quad (6)$$

где  $r_0^{\text{sf}}$  и  $r_0^{\text{pl}}$  — радиусы пространственной когерентности атмосферы (радиусы Фрида) для сферической и плоской волн соответственно [13].

В работах [14, 15] при анализе предельной эффективности коррекции дрожания изображения звезды в моностатической схеме на основе корреляционной теории были получены выражения для коэффициентов угловой корреляции между гауссовым зондирующими пучком и рассеянной от ЛОЗ сферической волной (случайными величинами  $\varphi_d$  и  $\varphi_s$ ), а также дрожанием изображений естественной звезды и ЛОЗ в фокальной плоскости телескопа (случайными величинами  $\varphi_{\text{pl}}$  и  $\varphi_{\text{m}}$ ) соответственно

$$r_{s,d} = - \left( \frac{2}{1+1/q^2} \right)^{1/6} \frac{\sigma_D}{\sigma_d}, \quad (7)$$

$$r_{\text{pl,m}} = \frac{1 - \left[ 2 / \left( 1 + q^{-2} \right) \right]^{1/6}}{\left[ 1 + q^{1/3} - \left[ 2^{7/6} / \left( 1 + q^{-2} \right)^{1/6} \right]^{1/2} \right]}, \quad (8)$$

где  $q = D/d$  — отношение диаметров апертур телескопа  $D$  и зондирующего лазера  $d$ .

Очевидно, что коэффициент корреляции  $r_{\text{pl,m}}$  случайных угловых смещений изображений естественной звезды и ЛОЗ  $\varphi_{\text{pl}}$  и  $\varphi_{\text{m}}$  равен коэффициенту корреляции  $r_{z,lz}$  соответствующих линейных смещений.

Сформулируем задачу коррекции дрожания изображения малозаметной естественной звезды в фокальной плоскости телескопа по регистрируемому изображению ЛОЗ следующим образом. Требуется найти наилучшую оценку (предсказанное значение) случайной величины  $\rho_z$  в зависимости от случайной величины  $\rho_{lz}$  (векторов, характеризующих положения изображений естественной и лазерной опорной звезд соответственно).

В рамках корреляционной теории [16–18] доказано, что наилучшей оценкой по минимуму среднего квадрата ошибки является условное математическое ожидание  $M\{\rho_z/\rho_{lz}\}$  величины  $\rho_z$  при заданном значении  $\rho_{lz}$ . Его нахождение требует знания их совместной плотности вероятности, что оказывается весьма сложным. Поэтому часто ограничиваются отысканием оценок в виде линейной функции (линейной регрессии), которую в нашем случае можно записать в следующем виде:

$$|\rho_z^e| = a + |\rho_{lz}|b, \quad (9)$$

где  $a$  — коэффициент, который является функцией от математических ожиданий  $\langle \rho_z \rangle$ ,  $\langle \rho_{lz} \rangle$ ,  $b$  — коэффициент пропорциональности.

Будем полагать, что случайные величины  $\rho_z$ ,  $\rho_{lz}$  являются гауссовыми с дисперсиями  $\sigma_z^2$ ,  $\sigma_{lz}^2$  и нулевыми математическими ожиданиями  $\langle \rho_z \rangle = \langle \rho_{lz} \rangle = 0$ , вследствие чего в выражении (9)  $a = 0$ .

В этом случае средний квадрат ошибки  $\Delta\rho = |\rho_z^e| - b|\rho_{lz}|$  равен

$$\langle \Delta\rho^2 \rangle = \langle \rho_z^2 \rangle - 2b \langle \rho_z \rho_{lz} \rangle + \langle \rho_{lz}^2 \rangle b^2.$$

Дифференцируя данное равенство по  $b$ , получим выражение для минимума среднего квадрата ошибки

$$\langle \Delta\rho_{\min}^2 \rangle = -2 \langle \rho_z \rho_{lz} \rangle + 2b \langle \rho_{lz}^2 \rangle,$$

отсюда

$$b = \langle \rho_z \rho_{lz} \rangle / \sigma_z^2 = \mu_{11} / \sigma_z^2, \quad (10)$$

где корреляционный момент

$$\mu_{11} = \langle \rho_z \rho_{lz} \rangle. \quad (11)$$

При этом минимальное значение среднего квадрата ошибки равно

$$\langle \Delta \rho_{\min}^2 \rangle = (1 - r_{z,lz}) \sigma_z^2, \quad (12)$$

где нормированный корреляционный момент, или коэффициент корреляции случайных величин  $\rho_z$  и  $\rho_{lz}$  —

$$r_{z,lz} = \frac{\langle \rho_z \rho_{lz} \rangle}{\sigma_z \sigma_{lz}}, \quad (13)$$

$\sigma_{lz}$  и  $\sigma_z$  — среднеквадратические отклонения случайных линейных смещений энергетических центров изображений ЛОЗ и естественной звезды относительно центра фокальной плоскости телескопа.

Таким образом, с учетом выражений (9), (10) для нулевых математических ожиданий  $\langle \rho_z \rangle$ ,  $\langle \rho_{lz} \rangle$  получим

$$|\rho_z^e| = \frac{r_{z,lz} \sigma_z}{\sigma_{lz}} |\rho_{lz}|, \quad (14)$$

где  $(r_{z,lz} \sigma_z)/\sigma_{lz}$  — коэффициент линейной регрессии.

Выражение (14) позволяет определить значение линейного смещения прогнозируемого положения естественной звезды (длины вектора  $\rho_z^e$ ) относительно центра фокальной плоскости телескопа при наблюдаемом линейном смещении изображения ЛОЗ относительно центра фокальной плоскости (длины вектора  $\rho_{lz}$ ).

Определим наклон вектора  $\rho_z^e$  относительно  $\rho_{lz}$ .

Известно [16, 17], что в евклидовом пространстве скалярное произведение двух случайных векторов — это корреляционный момент, а квадрат нормы (длины) вектора совпадает с дисперсией, т.е.

$$\langle \rho_{lz} \rho_z \rangle = \mu_{z,lz}, \quad |\rho_{lz}|^2 = \sigma_{lz}^2, \quad |\rho_z|^2 = \sigma_z^2,$$

причем

$$r_{z,lz} = \frac{\langle \rho_{lz} \rho_z \rangle}{|\rho_{lz}| |\rho_z|} = \cos \varphi, \quad (15)$$

где  $\varphi$  — угол между векторами  $\rho_{lz}$  и  $\rho_z$ .

Таким образом, при фиксируемом (регистрируемом) положении ЛОЗ, т.е. вектора  $\rho_{lz}$ , прогнозируемое положение естественной звезды характеризуется вектором  $\rho_z^e$ , длина кото-

рого определяется выражением (14), а относительный наклон (при  $r_{z,lz} = r_{pl,m}$ ) углом

$$\varphi = \arccos(r_{z,lz}). \quad (16)$$

С учетом этого можно интерпретировать выражение (14) для линейной регрессии вектора  $\rho_{lz}$  на вектор  $\rho_z$  как проекцию первого вектора на второй, величину  $\mu_{11}$  (11) — как ошибку регрессии, а выражение для среднеквадратической нескомпенсированной ошибки дрожания естественной звезды, учитывая формулы (8) и (12), представить в следующем виде:

$$\langle \Delta \rho_{\min}^2 \rangle^{1/2} = \sigma_z \sin \varphi.$$

Предположим, что в фокальной плоскости телескопа  $XOY$  в некоторый момент времени (время короткой экспозиции) случайный вектор  $\rho_{lz}$  (его начало совмещено с началом координат, а конец — с энергетическим центром изображения ЛОЗ), принял некоторое значение  $|\rho_{lzi}|$ . Тогда для каждого измеренного за время короткой экспозиции значения  $|\rho_{lzi}|$  прогнозируемое положение малозаметной звезды определяется вектором  $\rho_{zi}^e$ .

Наклон вектора  $\rho_{zi}^e$  относительно вектора  $\rho_{lz}$  с учетом выражений (8) и (15) равен

$$\varphi = \arccos \frac{1 - \left[ 2 / \left( 1 + q^{-2} \right)^{1/6} \right]}{\left[ 1 + q^{1/3} - \left[ 2^{7/6} / \left( 1 + q^{-2} \right)^{1/6} \right] \right]^{1/2}}. \quad (17)$$

Длина вектора  $\rho_{zi}^e$ , определяющая линейное смещение малозаметной звезды относительно центра плоскости  $XOY$ , с учетом формул (8) и (14), равна

$$|\rho_{zi}| = |\rho_{lzi}| \frac{1 - \left[ 2 / \left( 1 + q^{-2} \right)^{1/6} \right]}{\left[ 1 + q^{1/3} - \left[ 2^{7/6} / \left( 1 + q^{-2} \right)^{1/6} \right] \right]^{1/2}} \frac{\sigma_z}{\sigma_{zl}}. \quad (18)$$

Таким образом, в моностатической схеме алгоритм коррекции дрожания изображения прогнозируемого положения естественной звезды слабой яркости в фокальной плоскости

телескопа по измеренному положению ЛОЗ заключается в следующем:

1. Рассчитать длину вектора  $\rho_{zi}^e$  за время короткой экспозиции для каждого измеренного положения ЛОЗ  $|\rho_{lz}|$  в соответствии с выражением (18).

2. Определить угол наклона вектора  $\rho_{zi}^e$  (малозаметной звезды) относительно вектора  $\rho_{lz}$  (ЛОЗ) в соответствии с выражением (17).

3. Ввести сигнал коррекции  $|\rho_{corri}| = |\rho_{zi}^e|$ .

Рассмотрим бистатическую схему формирования искусственного опорного источника, в которой основной телескоп нацелен в зенит, и на его оптической оси находятся естественная звезда слабой яркости и ЛОЗ. Лазерная опорная звезда формируется с помощью зондирующего лазера, вынесенного относительно основного телескопа на достаточно большое расстояние [11, 12] так, что лазерный пучок проходит через другую область пространственной когерентности атмосферы, чем оптические пучки от естественной звезды и ЛОЗ.

В этом случае дисперсия дрожания случайного углового смещения изображения ЛОЗ в фокальной плоскости телескопа с учетом выражения (2) вычисляется как

$$\sigma_m^2 = \langle \varphi_m^2 \rangle = \langle \varphi_d^2 \rangle + \langle \varphi_D^2 \rangle.$$

Тогда можно записать [15]

$$r_{pl,m} = \left(1 + q^{1/3}\right)^{-1/2}, \quad (19)$$

$$(\sigma_{lz} / \sigma_z) = \left(1 + q^{1/3}\right)^{1/2}$$

и с учетом выражений (14), (18) и (19) получим

$$|\rho_z^e| = |\rho_{lz}| \left(1 + q^{1/3}\right)^{-1}. \quad (20)$$

$$\varphi = \arccos \left(1 + q^{1/3}\right)^{-1/2}. \quad (21)$$

Таким образом, в бистатической схеме формирования искусственного опорного источника алгоритм коррекции прогнозируемого положения естественной звезды слабой яркости в фокальной плоскости телескопа по измеренному положению ЛОЗ аналогичен алгоритму коррекции в моностатической схеме с учетом

расчета значений  $|\rho_z^e|$  и  $\varphi$  по формулам (20) и (21) соответственно.

Результаты расчетов нормированного значения вектора  $|\rho_{ni}^e| = |\rho_z^e| / |\rho_{lz}|$  и угла  $\varphi$  в зависимости от значений  $q = D/d$  для моностатической и бистатической схем формирования ЛОЗ приведены соответственно в табл. 1 и 2.

В обеих схемах формирования ЛОЗ при уменьшении отношения  $q = D/d$  коэффициент угловой корреляции увеличивается, а линейное и угловое смещения прогнозируемого положения малозаметной звезды относительно ЛОЗ уменьшаются. Однако в бистатической схеме формирования ЛОЗ ее линейное смещение  $|\rho_{lz}|$  при всех значениях  $q$  больше прогнозируемого линейного смещения  $|\rho_z|$  естественной звезды.

В моностатической схеме отрицательный знак коэффициента корреляции  $r_{z,lz}$  между векторами  $\rho_{lz}$  и  $\rho_z$ , характеризующими положение ЛОЗ и естественной звезды в фокальной плоскости телескопа, объясняется отрицательной корреляцией, определяемой выражением (7), между излучаемым пучком и принимающими волнами от ЛОЗ и естественной звезды.

**Таблица 1.** Результаты расчетов для моностатической схемы формирования ЛОЗ

**Table 1.** Calculation results for a monostatic scheme for the formation of a laser guide stars

$q$	$\sigma_{lz}/\sigma_z$	$r_{z,lz}$	$\varphi$ , рад	$ \rho_z / \rho_{lz} $
1,2	0,08	-0,51	1,03	6,23
1,5	0,18	-0,34	1,23	1,84
1,75	0,25	-0,29	1,27	1,17
2	0,31	-0,27	1,29	0,87
3	0,49	-0,22	1,35	0,44

**Таблица 2.** Результаты расчетов для бистатической схемы формирования ЛОЗ

**Table 2.** Calculation results for a bistatic scheme for the formation of a laser stars

$q$	$\sigma_{lz}/\sigma_z$	$r_{z,lz}$	$\varphi$ , рад	$ \rho_z / \rho_{lz} $
0,33	1,30	0,77	0,69	0,59
1	1,41	0,71	0,79	0,50
2	1,50	0,67	0,84	0,44
3	1,56	0,64	0,88	0,41

В бистатической схеме лазерный пучок проходит через другую область пространственной когерентности атмосферы, чем оптические пучки от естественной звезды и ЛОЗ, из-за этого, как уже отмечалось выше, они не коррелированы. Поэтому корреляция наблюдается только между принимаемыми волнами от ЛОЗ и от естественной звезды. Вследствие чего коэффициент угловой корреляции  $r_{z,lz}$  между ними в бистатической схеме более чем в два раза больше, чем в моностатической схеме.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный на основе корреляционной теории алгоритм компенсации дрожания изо-

брожения естественной звезды малой яркости базируется на определении ее прогнозируемого положения в фокальной плоскости наземного оптического телескопа. Для этого в фокальной плоскости рассчитываются ее линейное и угловое смещения относительно измеренного положения ЛОЗ на основе их линейной регрессии с учетом коэффициента корреляции случайных смещений их изображений.

Полученные результаты имеют прикладное значение и могут быть использованы при синтезе наземных адаптивных оптических телескопов наблюдения за малозаметными астрономическими объектами естественного и искусственного происхождения с учетом особенностей астроклиматов в географических местах их размещения.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Лукин В.П. Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // УФН. 2014. Т. 184. № 6. С. 599–640.
- Больбасова Л.А., Лукин В.П. Адаптивная коррекция атмосферных искажений оптических изображений на основе искусственного опорного источника. М.: Физматлит, 2012. 125 с.
- Hardy J.W. Adaptive optics for astronomical telescopes. Oxford: University press, 1998. 437 p.
- Tyson R.K. Principles of adaptive optics. 3d ed. N.Y.: CRC Press, 2010. 350 p.
- Свиридов К.Н. Технологии достижения высокого углового разрешения оптических систем атмосферного видения. М.: Знание, 2005. 452 с.
- Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 250 с.
- Foy R., Foy F.C. Laser guide star: Principle, cone effect and tilt measurement // Optics in Astrophysics / Springer, 2006. P. 249–273. [http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3437-7\\_15](http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3437-7_15)
- Клеймёнов В.В., Новикова Е.В. Экстремально большие наземные оптические телескопы // Известия ВУЗов. Приборостроение. 2021. № 1. С. 5–20. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-1-5-20>
- Rigaut F., D'Orgeville C. On practical aspects of laser guide star // C.R. Physique. 2005. V. 6. P. 1089–1098. <http://dx.doi.org/10.1016/j.crhy.2005.11.014>
- Больбасова Л.А., Лукин В.П. Возможности адаптивной оптической коррекции наклонов волнового фронта при использовании сигналов от традиционной и полихроматической лазерной опорных звёзд // Оптика атмосферы и океана. 2022. Т. 35. № 10. С. 1–7. <https://doi.org/10.15372/AOO20221011>
- Лукин В.П., Фортес Б.В. Сопоставление предельной эффективности различных схем формирования лазерных опорных звёзд // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 1. С. 56–65.
- Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: изд. СО РАН, 1999. 314 с.
- Fried D.L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion // JOSA. 1965. V. 55. № 11.
- Lukin V.P. Adaptive optics in the formation of optical beams and images // Physics Uspekhi. 2014. V. 57. № 6. С. 556–592. <http://dx.doi.org/10.3367/UFN.0184.201406b.0599>
- Bolbasova L.A., Lukin V.P. Adaptive correction of atmospheric distortions of optical images based on an artificial reference source [in Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publ., 2012. 125 p.
- Hardy J.W. Adaptive optics for astronomical telescopes. Oxford: University Press, 1998. 437 p.
- Tyson R.K. Principles of adaptive optics, 3ded. N.Y.: CRC Press, 2010. 350 p.
- Sviridov K.N. Technologies for achieving high angular resolution of optical atmospheric vision systems [in Russian]. Moscow: "Znanie" Publ., 2005. 452 p.
- Lukin V.P. Atmospheric adaptive optics [in Russian]. Novosibirsk: "Nauka" Publ., 1986. 250 p.
- Foy R., Foy F.C. Laser guide star: Principle, cone effect and tilt measurement // Optics in Astrophysics / Springer, 2006. P. 249–273. [http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3437-7\\_15](http://dx.doi.org/10.1007/1-4020-3437-7_15)
- Kleymionov V.V., Novikova E.V. Extremely large ground-based optical telescopes [in Russian] // News of Universities. Instrumentation. 2021. № 1. P. 5–20. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2021-64-1-5-20>
- Rigaut F. On practical aspects of laser guide star // C.R. Physique. 2005. V. 6. P. 1089–1098. <http://dx.doi.org/10.1016/j.crhy.2005.11.014>
- Bolbasova L.A., Lukin V.P. Possibilities of adaptive optical correction of wavefront tilts when using signals from traditional and polychromatic laser guide stars [in Russian] // Atmosphere and Ocean Optics. 2022. V. 35. № 10. P. 1–7. <https://doi.org/10.15372/AOO20221011>
- Lukin V.P., Fortes B.V. Comparison of the maximum efficiency of various schemes for the formation of laser guide stars [in Russian] // Atmosphere and Ocean Optics. 1997. V. 10. № 1. P. 56–65.
- Lukin V.P., Fortes B.V. Adaptive formation of beams and images in the atmosphere [in Russian]. Novosibirsk: Publishing house SO RAN, 1999. 314 p.
- Fried D.L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion // JOSA. 1965. V. 55. № 11.

- P. 1427–1435. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.56.000410>
14. Клеймёнов В.В., Возмищев И.Ю., Новикова Е.В. Эффективность применения моностатической и бистатической схем формирования лазерных опорных звезд // Оптический журнал. 2022. № 11. С. 24–31. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2022-89-11-24-31>
15. Клеймёнов В.В., Новикова Е.В. Анализ эффективности моностатической и бистатической схем формирования ЛОЗ на основе корреляционной теории // Оптика атмосферы и океана. 2023. № 4. С. 331–336. <https://ao.iao.ru/ru/content/vol.36-2023/iss.04/10>
16. Коренной А.В., Кулешов С.А. Основы статистической теории радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2021. 240 с.
17. Вентцель Е.С. Теория вероятности. М.: Высшая школа, 2006. 575 с.
18. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
- P. 1427–1435. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.56.000410>
14. Kleymionov V.V., Vozmishchev I.Yu., Novikova E.V. Efficiency of using monostatic and bistatic schemes for the formation of laser guide stars [in Russian] // Journal of Optical Technology. 2022. V. 89. № 11. P. 656–660. <https://doi.org/10.1364/JOT.89.000656>
15. Kleymionov V.V., Novikova E.V. Analysis of the effectiveness of monostatic and bistatic schemes for the formation of LOCs based on correlation theory [in Russian] // Atmosphere and Ocean Optics. 2023. № 4. P. 331–336. <https://ao.iao.ru/ru/content/vol.36-2023/iss.04/10>
16. Korennny A.V., Kuleshov S.A. Fundamentals of statistical theory of radio engineering systems [in Russian]. Moscow: "Radiotekhnika" Publ., 2021. 240 p.
17. Ventzel E.S. Probability theory [in Russian]. Moscow: "Vysshaya Shkola" Publ., 2006. 575 p.
18. Tikhonov V.I. Statistical radio engineering [in Russian]. Moscow: "Radio i Svyaz" Publ., 1982. 624 p.

## АВТОРЫ

**Виктор Владимирович Клеймёнов** — доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-61112>; vka@mil.ru

**Елена Владимировна Новикова** — старший научный сотрудник, Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Россия; <https://orcid.org/0000-0002-5988-7641>; vka@mil.ru

Статья поступила в редакцию 20.06.2023  
Одобрена после рецензирования 11.10.2023  
Принята к печати 24.11.2023

## AUTHORS

**Victor V. Kleymionov** — Dr. Sci. (Engineering), Full Professor, Principal Staff Scientist, Military-Space Academy by name of A.F. Mozhaysky, St. Petersburg, 197198, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-61112>; vka@mil.ru

**Elena V. Novikova** — Senior Staff Scientist, Military-Space Academy by name of A.F. Mozhaysky, St. Petersburg, 197198, Russia; <https://orcid.org/0000-0002-5988-7641>; vka@mil.ru

*The article was submitted to the editorial office 20.06.2023  
Approved after review 11.10.2023  
Accepted for publication 24.11.2023*