

АКУСТООПТИКА

УДК 535.421

ОСОБЕННОСТИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТОВЫХ И АКУСТИЧЕСКИХ БЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКОВ В ПОПЕРЕЧНО ИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

© 2017 г. В. Н. Белый*, доктор физ.-мат. наук; П. А. Хило**, доктор физ.-мат. наук;
Н. С. Казак*, доктор физ.-мат. наук; Н. А. Хило**, канд. физ.-мат. наук

*Институт физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси, Минск, Беларусь

**Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь

E-mail: v.belyi@dragon.bas-net.by

Изучены особенности акустооптического взаимодействия бесселевых световых и акустических пучков в поперечно изотропных кристаллах. Рассмотрены основные характеристики данного типа дифракции, включая анализ возможных векторных диаграмм акустооптического процесса, выбор геометрии взаимодействия в реальных кристаллах, роль продольного и поперечного синхронизмов, а также вывод и решение укороченных уравнений. Показано, что при переходе от плоских волн к бесселевым акустическим пучкам сохраняется высокая эффективность дифракции, а также появляется возможность осуществления динамической перестройки угла конуса дифрагированного бесселева светового пучка. Кроме того, в процессе такой дифракции реализуется трансформация порядка бесселевых функций и соответственно порядка винтовой дислокации фазового фронта светового поля в широких пределах.

Ключевые слова: бесселевы световые пучки, бесселевы акустические пучки, акустооптическая дифракция.

Коды OCIS: 070.7345, 170.1065.

Поступила в редакцию 04.10.2016.

Введение

Одним из актуальных направлений развития оптики бесселевых световых пучков (БСП) является разработка методов управления их параметрами. Специфическими параметрами БСП, отличающими их от гауссовых пучков, являются угол конуса γ и порядок m фазовой дислокации волнового фронта. Задача разработки динамических методов перестройки угла γ и трансформации порядка является актуальной, а использование для этих целей акустооптического (АО) взаимодействия позволяет управлять обоими параметрами, в том числе, одновременно. В работах [1, 2] впервые исследовано АО взаимодействие с участием БСП в анизотропных кристаллах в случае, когда акустическое поле может быть представлено в плосковолновом приближении. Для случая такого взаимодействия определена оптимальная геометрия АО

дифракции, соответствующая коллинеарному распространению БСП и акустической волны вдоль оптической оси кристалла. Такая геометрия взаимодействия базируется на использовании собственных оптических мод в кристалле, которыми являются поперечно-магнитные (ТН) и поперечно-электрические (ТЕ) поляризованные БСП. Однако использование плоской акустической волны для АО взаимодействия с БСП не позволяет осуществлять преобразование всех параметров характеризующих БСП. Поэтому переход к бесселеву акустическому полю в процессах АО взаимодействия представляется важным как с теоретической, так и с практической точек зрения. При этом существенно, что теория бесселевых акустических пучков (БАП) в настоящее время достаточно хорошо развита. Это относится, в первую очередь, к случаю изотропных, а также поперечно-изотропных сред, в том числе кристаллов [3–6]. К настоящему

времени также предложен и реализован ряд методов формирования БАП [7–9].

В работе [10] впервые рассмотрена АО дифракция БСП на БАП в условиях синхронизма с учётом эффектов преобразования порядка дислокаций и спин-орбитального взаимодействия. Настоящая работа посвящена изучению новых особенностей АО взаимодействия бесселевых световых и акустических пучков в условиях продольного и поперечного синхронизмов. Особое внимание уделяется разработке оригинальных схем АО дифракции, позволяющих обеспечить значительную величину интегралов перекрытия и достичь высокой эффективности преобразования.

Для корректного описания акустооптического взаимодействия БАП и БСП следует отметить особенности этих пучков, связанные с различием параметров соответствующих бесселевых функций. Для светового пучка продольная компонента E_z электрического поля дается выражением $E_z = A J_m(q\rho) \exp[i(k_z z + m\phi - \omega t)]$, где A – амплитуда и $J_m(q\rho)$ – функция Бесселя m -того порядка. Аналогично для компоненты вектора смещения акустического пучка $u_z = u_0 J_n(q_s \rho) \exp[i(k_{s,z} z + n\phi - \omega_s t)]$.

В этой формуле и далее индекс “ s ” будет относиться к звуковой волне. Параметры q и q_s являются поперечными волновыми числами, которые играют важную роль для описания АО взаимодействия бесселевых пучков. Выражая данные параметры q и q_s через волновые числа k , k_s и углы конуса γ , γ_s бесселевых пучков (БП) по формулам $q = k \sin \gamma$, $q_s = k_s \sin \gamma_s$ находим их отношение μ

$$\mu = \frac{q}{q_s} = \frac{k \sin \gamma}{k_s \sin \gamma_s} = \frac{\lambda_s n \sin \gamma}{\lambda \sin \gamma_s}.$$

Величина μ является, как правило, значительно большей единицы. К примеру, при частоте звука $f = 100$ МГц, скорости акустической волны $v = 2,35 \times 10^3$ м/с и для $\lambda = 632$ нм отношение $\mu = 37$ при равных углах $\gamma = \gamma_s$ конуса пучков. С учётом того, что для числа колец N бесселевых функций справедливо соотношение $N \approx qR/\pi$ (где R – радиус пучка), получим следующее неравенство $N_s \ll N$ (то есть число колец N_s акустического пучка значительно меньше, чем N светового пучка). Следует отметить, что с уменьшением числа колец происходит уширение пространственного спектра и возрастание дифракционного расплывания акустического пучка по сравнению со световым. В свою

очередь, уширение пространственного спектра одного из пучков по отношению к другому приведёт к уменьшению эффективности их взаимодействия. Из проведённых оценок следует, что для повышения эффективности АО дифракции необходимо увеличивать поперечное волновое число q_s , т.е. повышать частоту f звука и угол конуса γ_s акустического пучка.

Пространственное перекрытие акустического и светового БП

Бесселевы пучки характеризуются цилиндрической симметрией и могут быть представлены в виде набора плоских волн, волновые векторы которых расположены на поверхности кругового конуса. Такие поля обладают свойствами бездифракционности и восстановления поперечного профиля за препятствиями. В реальных схемах формирования БП плоские волны неизбежно ограничиваются, при этом вне области их перекрытия бесселевы пучки трансформируются в так называемые конические пучки.

На рис. 1 показаны три варианта взаимной ориентации БСП и БАП, перспективные для реализации АО дифракции. На этом рисунке представлены сечения бесселевых и конических пучков плоскостью, проходящей через оптическую ось пучков. В первой (рис. 1а) и второй (рис. 1б) схемах реализуется встречное взаимодействие, а в третьей (рис. 1в) схеме – попутное взаимодействие. В частном случае, показанном на рис. 1б углы конуса встречных БСП и БАП одинаковы. Это позволяет увеличить длину взаимодействия за пределы бездифракционной длины $Z_B = 2R/\text{tg}\gamma$ бесселевых пучков, т.е. длины, за пределами которой БП трансформируются в конические пучки. Оптические БП формируются известными схемами, например, аксиконами, расположенными вне звукопро-

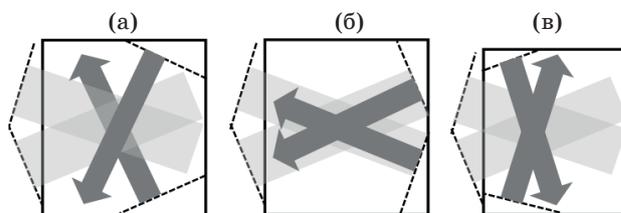


Рис. 1. Варианты взаимной ориентации бесселева светового (светлый) и бесселева акустического (тёмный) пучков: встречное взаимодействие (а, б), попутное взаимодействие (в).

вода, что обозначено штриховыми линиями на рис. 1. Аналогично могут быть сформированы и акустические БП, т.е. с помощью акустического аксикона, расположенного на противоположном торце звукопровода. Но представляется наиболее перспективным вариант, когда акустические БП формируются с применением конических срезов звукопровода, как показано штриховыми линиями на рис. 1. Отметим, что в приведённых схемах угол конуса БАП выбран большим (а, в) или равным (б) углу конуса БСП, а также выполняется неравенство $R_s > R$ для радиусов поперечного сечения акустического R_s и светового R пучков. Как отмечалось выше, данный вариант схемотехники является наиболее предпочтительным, поскольку приводит к увеличению числа колец БАП и повышению эффективности преобразования.

Важной является также проблема выбора направления распространения пучков для случая анизотропной среды. Для БСП с большими углами конуса (как на рис. 1) оптимальная геометрия, соответствующая их симметрии, реализуется при распространении вдоль оптической оси. В этом случае отсутствуют искажения взаимодействующих пучков, обусловленные анизотропией оптических свойств кристалла. Аналогичная геометрия ранее была реализована в оптике при нелинейном преобразовании частоты бесселевых пучков [11]. Что касается БАП, то для уменьшения эффектов анизотропии наиболее привлекательным является реализация их распространения в поперечно изотропных средах. Далее этот случай и будет рассматриваться.

Векторные диаграммы АО взаимодействия

На рис. 2а,б показано взаимная ориентация волновых векторов световых и акустического полей в рассматриваемой задаче. Как отмечено выше, БП в декартовых координатах удобно представлять в виде совокупности плоских волн, волновые векторы которых образуют боковую поверхность кругового конуса. На рис. 2а показаны конус волновых векторов БСП и два конуса БАП. Характерной особенностью данных конусов является различие их по размерам, что обсуждалось выше. БАП могут быть двух типов, т.е. прямые и обратные по отношению к БСП. Кроме того, может быть реализован специфический случай так называемого развернутого БАП, для которого угол конуса γ_s равен 90° .

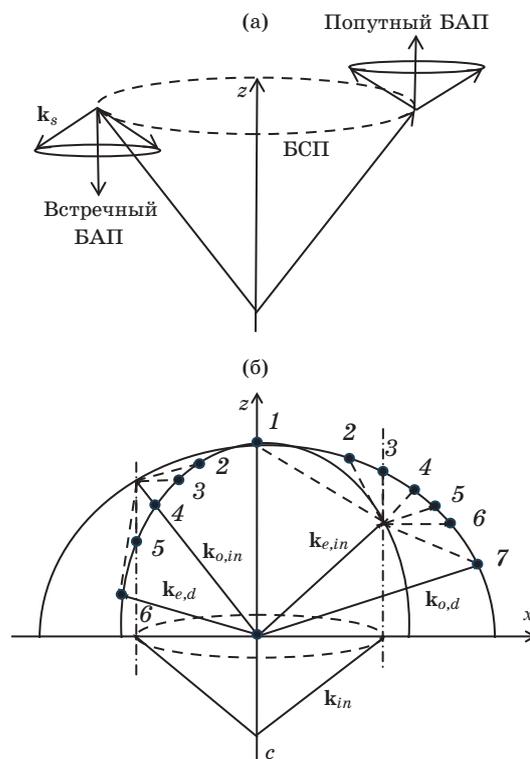


Рис. 2. Конусы волновых векторов (а) и векторные диаграммы (б) для анизотропного АО взаимодействия с участием БСП и БАП в одноосном кристалле.

Если внешний БСП падает из изотропной среды на одноосный кристалл в направлении оси z , совпадающей с оптической осью кристалла, то в общем случае в кристалле возбуждаются два БСП с ТЕ- и ТН-поляризацией, которые являются собственными модами кристалла и соответствуют известным обыкновенной (o -) и необыкновенной (e -) плоским волнам. Если падающий БСП поляризован циркулярно, то амплитуды ТЕ- и ТН-пучков одинаковы (без учёта различия френелевских коэффициентов пропускания границы раздела). Для более простого случая, когда падающий БСП является ТЕ- или ТН-поляризованным, то в кристалле возбуждается один пучок соответствующей поляризации.

Рис. 2б иллюстрирует возможные виды АО взаимодействия. На правой части рис. 2б показан тип рассеяния $e \rightarrow o$, а на левой части представлен тип $o \rightarrow e$. Левая половина рис. 2б относится к случаю ТЕ- (или o -) поляризации падающего БСП. Один из волновых векторов этого БСП, лежащий в плоскости (x, z) обозначен как $k_{o,in}$. Правая сторона рис. 2б соответствует случаю ТН- (или e -) поляризации падающего БСП. Один из волновых векторов этого БСП,

обозначен как $\mathbf{k}_{e,in}$. Волновой вектор \mathbf{k}_{in} относится к БСП, падающему на кристалл из изотропной среды, а волновые векторы $\mathbf{k}_{in,o}$, $\mathbf{k}_{in,e}$, $\mathbf{k}_{o,d}$, $\mathbf{k}_{e,d}$ – к падающим и дифрагированным пучкам внутри кристалла соответственно. Волновой вектор \mathbf{k}_s относится к БАП. При этом пучок ТН-поляризации обозначается как e -пучок, ТЕ-поляризации как o -пучок.

Акустический БП распространяется также вдоль оптической оси. На рис. 2б дано более детальное представление вариантов геометрии АО дифракции, которые отличаются частотой, углом конуса и направлением распространения пучков. Цифры 1–7 нумеруют точки пересечения конуса волновых векторов соответствующих БАП и сферической поверхности, относящейся к дифрагированной волне. Наличие точек пересечения эквивалентно фазовому синхронизму для $e \rightarrow o$ взаимодействия (правая сторона) и $o \rightarrow e$ взаимодействия (левая сторона). Если пересечение конусов имеет место в точке 1, то рассеянное поле распространяется вдоль оптической оси, т.е. оно является плоской волной. Далее по правой стороне рис. 2б точка 2 относится к каналу рассеяния вперёд, точка 3 – к частному случаю, когда БАП трансформируется в плоскую волну, точка 4 также описывает рассеяние вперёд, точка 5 относится к случаю попутного рассеяния с равными углами конусов, точка 6 описывает рассеяние на развернутом БАП, точка 7 – на обратном БАП. Аналогично для левой стороны рис. 2б точка 2 относится к попутному рассеянию, точка 3 – к рассеянию на развернутом БАП, точка 4 – к обратному рассеянию с равными углами конуса, точка 5 – к рассеянию на обратной плоской волне, точка 6 – на обратном БАП.

Дадим далее математическое описание векторных диаграмм на рис. 2. При этом четыре типа взаимодействий можно представить в символический записи единой формулой $(e, o) \rightarrow (o, e)$, которая для волновых векторов принимает вид $\mathbf{k}_{in,e,o} + \mathbf{k}_s = \mathbf{k}_{d,o,e}$. Отсюда в системе координат (x, z) получим восемь скалярных уравнений вида

$$k_{in,o,e} \cos \gamma_{in,o,e} + k_s \cos \gamma_s = k_{d,e,o} \cos \gamma_{d,e,o}, \quad (1)$$

$$k_{in,o,e} \sin \gamma_{in,o,e} + k_s \sin \gamma_s = k_{d,e,o} \sin \gamma_{d,e,o}. \quad (2)$$

Углы конуса в 1-ом и 2-м квадрантах будем считать положительными ($0 \div \pi$), а в 3-ем и 4-ом квадрантах – отрицательными ($0 \div -\pi$). Отметим, что в уравнения (1), (2) равнозначным

образом входят параметры трёх БП. Из этих уравнений, в зависимости от решаемой задачи, можно определить параметры одного из пучков по заданным параметрам двух остальных. Например, если неизвестны параметры БАП, то из (1), (2) находим γ_s и k_s

$$\operatorname{tg} \gamma_s = \frac{k_{d,e,o} \sin \gamma_{d,e,o} - k_{in,o,e} \sin \gamma_{in,o,e}}{k_{d,e,o} \cos \gamma_{d,e,o} - k_{in,o,e} \cos \gamma_{in,o,e}}, \quad (3)$$

$$k_s = \sqrt{k_{d,e,o}^2 + k_{in,o,e}^2 - 2k_{in,o,e}k_{d,e,o} \cos(\gamma_{in,o,e} - \gamma_{d,e,o})}. \quad (4)$$

На рис. 3а показана зависимость частоты звука f для взаимодействия $e \rightarrow o$ от угла γ конуса падающего светового пучка при дифракции на плоской акустической волне ($\gamma_s = 0$) (канал 3), развернутом БАП ($\gamma_s = 90^\circ$) (канал 6) и на БАП при $\gamma = \gamma_s$ (канал 4).

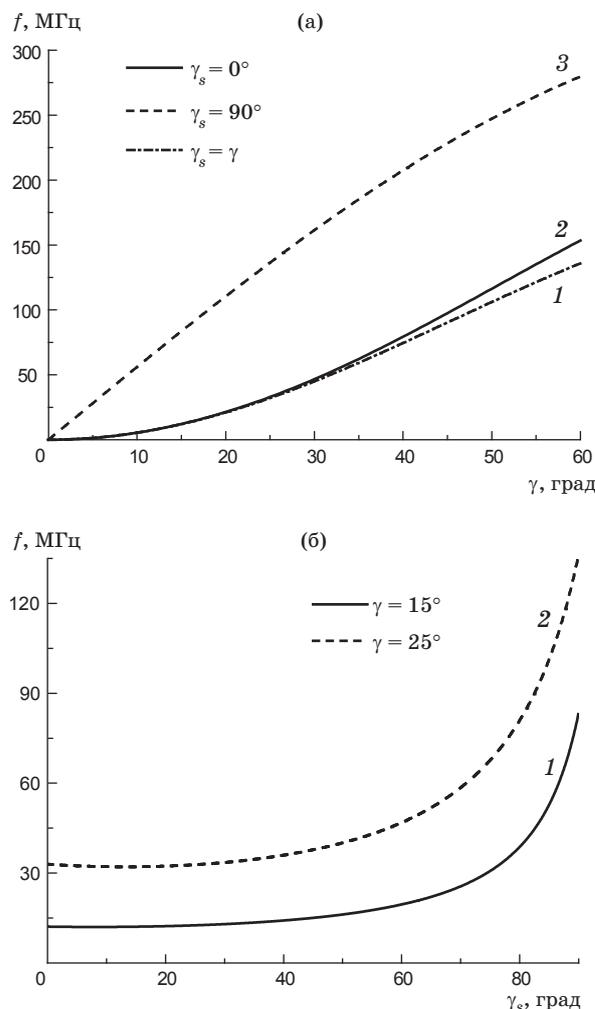


Рис. 3. Зависимость частоты f звука в условиях фазового синхронизма при $e \rightarrow o$ взаимодействии в каналах 4, 3, и 6 (кривые 1, 2, 3 соответственно) от угла γ конуса БСП (а); от угла γ_s конуса БАП при углах γ конуса БСП, равных 15° (кривая 1) и 25° (кривая 2), (б).

На рис. 3б показана зависимость частоты БАП от его угла конуса γ_s при двух значениях угла конуса БСП $\gamma = 15^\circ$ и $\gamma = 25^\circ$.

В общем случае, как и для плоских волн, АО взаимодействие происходит при некоторой расстройке от фазового синхронизма. Рассмотрим подробнее влияние расстройки на примере векторной диаграммы для $e \rightarrow o$ рассеяния (рис. 4). Следует обратить внимание на важное различие между уравнениями (1) и (2), которое следует из того факта, что БП является волной, бегущей вдоль оси z (в рассматриваемой системе координат) и в то же время стоячей в плоскости, ортогональной этой оси, т.е. в плоскости (x, y) . Поэтому, если имеет место расстройка Δk_z проекций волновых векторов на ось z , т.е.

$$k_{in,e} \cos \gamma_{in,e} + k_s \cos \gamma_s = k_{d,o} \cos \gamma_{d,o} + \Delta k_z, \quad (5)$$

то возникает также расстройка фазы между поляризацией среды, индуцируемой АО взаимодействием и генерируемым о-БСП. Данная расстройка аналогична фазовой расстройке для случая плоских волн. Если же расстройка Δq имеет место для поперечных компонент, т.е. уравнение (2) принимает вид

$$k_{in,e} \sin \gamma_{in,e} + k_s \sin \gamma_s = k_{d,o} \sin \gamma_{d,o} + \Delta q, \quad (6)$$

то фазовая расстройка не возникает вследствие того, что дифрагированное поле формирует стоячую волну. Однако поскольку поперечное волновое число q входит в аргумент БП $E_z \sim J_m(q\rho)$, то добавка Δq приведёт к изменению периода осцилляций бесселевой функции. При этом происходит рассогласование положения максимумов и минимумов стоячих волн, соответствующих поляризации среды и генерируемого поля. Такое явление означает нарушение поперечного синхронизма, которое математически описывается так называемыми интегралами перекрытия взаимодействующих БП. Таким образом, для АО рассеяния с участием трёх БП

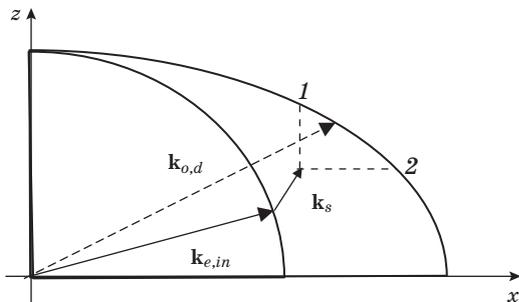


Рис. 4. Векторная диаграмма для $e \rightarrow o$ рассеяния при отсутствии синхронизма.

необходимо учитывать влияние на эффективность взаимодействия как продольной фазовой расстройки, так и отстройки от поперечного синхронизма.

Легко видеть, что на рис. 4 в точке 1 имеет место поперечный синхронизм, но продольная волновая расстройка максимальна. В точке 2, наоборот, имеет место продольный фазовый синхронизм и максимальная поперечная расстройка. В этих условиях невозможно априори сделать вывод о направлении вектора \mathbf{k}_d рассеянного БСП.

На основе векторной диаграммы (рис. 4) сложно рассчитать продольную и поперечную волновые расстройки. Если рассеянное поле соответствует точке 1, то задано его поперечное волновое число

$$q = q_1 = k_{e,in} \sin \gamma_{e,in} + k_s \sin \gamma_s, \quad (7)$$

которое позволяет рассчитать продольное волновое число $k_{z1} = (k_0^2 - q_1^2)^{1/2}$. В то же время в точке 2 задано продольное волновое число

$$k_{z2} = k_{e,in} \cos \gamma_{e,in} + k_s \cos \gamma_s, \quad (8)$$

которое позволяет определить поперечное волновое число $q = q_2 = (k_0^2 \epsilon_o - k_{z2}^2)^{1/2}$.

Для произвольной точки, расположенной между 1 и 2, величина q изменяется в интервале между q_1 и q_2 . В этом случае по известному q определяется $k_z(q) = (k_0^2 \epsilon_o - q^2)^{1/2}$, а также продольная расстройка $\Delta k_z(q)$ для произвольной точки

$$\begin{aligned} \Delta k_z(q) &= k_z(q) - k_{z2} = \\ &= k_z(q) - (k_{e,in} \cos \gamma_{e,in} + k_s \cos \gamma_s). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, алгоритм выбора направления дифрагированного поля состоит в том, что для поперечного волнового числа q рассчитывается расстройка $\Delta k_z(q)$ по формуле (9). Затем по известной расстройке находится интеграл перекрытия и из решения укороченных уравнений интенсивность на выходе АО ячейки. Угловое положение максимума интенсивности определяет искомое направление распространения дифрагированного поля.

Распространение бесселевых пучков вдоль оптической оси одноосного кристалла

При распространении вдоль оптической оси бесселев пучок соответствующей поляризации является собственной модой кристалла, т.е. не изменяет свой пространственный профиль

из-за влияния анизотропии. Векторы электрического поля обыкновенной (ТЕ) $\mathbf{E}^{(o)}$ и необыкновенной (ТН) $\mathbf{E}^{(e)}$ данных волн могут быть записаны в виде

$$\mathbf{E}^{(o)} = A_m^o (\mathbf{c}_+ J_{m-1}(qr) + \mathbf{c}_- J_{m+1}(qr)) \times \exp(im\phi + ik_{o,z}z), \quad (10)$$

$$\mathbf{E}^{(e)} = A_m^e \left[\mathbf{c}_+ J_{m-1}(qr) - \mathbf{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\epsilon_o}{k_{ez}\epsilon_e} J_m(qr) \mathbf{e}_z \right] \exp(im\phi + ik_{e,z}z), \quad (11)$$

где $\mathbf{c}_\pm = \mathbf{e}_r \pm i\mathbf{e}_\phi$ – векторы циркулярной поляризации в цилиндрических координатах

$$k_{o,z} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_o - q^2}, \quad k_{e,z} = (n_o/n_e) \sqrt{k_0^2 \epsilon_e - q^2}. \quad (12)$$

Далее формулы (10) и (11) будем представлять в сокращённом виде

$$\mathbf{E}_m^{(o)}(r, t) = A_m^o \mathbf{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) \exp(ik_{o,z}z - i\omega t), \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_m^{(e)}(r, t) = A_m^e \mathbf{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) \exp(ik_{e,z}z - i\omega t), \quad (14)$$

где введены обозначения для векторных модовых функций

$$\mathbf{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) = (\mathbf{c}_+ J_{m-1}(qr) + \mathbf{c}_- J_{m+1}(qr)) \exp(im\phi), \quad (15)$$

$$\mathbf{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) = \left[\mathbf{c}_+ J_{m-1}(qr) - \mathbf{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\epsilon_o}{k_{ez}\epsilon_e} J_m(qr) \mathbf{e}_z \right] \exp(im\phi). \quad (16)$$

Векторные функции $\mathbf{e}_m^{(o)}(\rho, \phi)$ и $\mathbf{e}_m^{(e)}(\rho, \phi)$ взаимно ортогональны, т.е. скалярные произведения $\mathbf{e}_m^{(o)}(\rho, \phi) \mathbf{e}_m^{(e)}(\rho, \phi) = 0$ в любой пространственной точке и при любых m .

Как видим, в отличие от плоских волн, два бесселевых пучка, распространяющиеся вдоль оптической оси одноосного кристалла состоят из суперпозиций лево- и правополяризованных компонент. При этом амплитуды данных компонент имеют различную зависимость от радиальной координаты. Для БСП m -го порядка эта зависимость, как следует из (10, 11), описывается бесселевыми функциями соответственно $m - 1$ и $m + 1$ порядков. Кроме того, e -пучок содержит, как и в случае плоских волн, продольную компоненту, пропорциональную бесселевой функции m -го порядка.

Отметим, что векторные поля (10, 11) являются точными решениями уравнений Максвелла, а следовательно уравнения Гельмгольца.

Акустические бесселевы пучки в поперечно изотропных кристаллах

Для описания БАП будем использовать теоретический подход, подробно описанный в работах [5] и [6]. В соответствии с [6], для акустической поперечной волны смещения (SH – волны) в поперечно изотропном кристалле компоненты вектора смещения \mathbf{U} в цилиндрической системе координат (ρ, ϕ, z) имеют вид

$$\mathbf{U} = u_0 \left[J_n^+(q_s \rho) \cos(n\phi) \mathbf{e}_\rho + J_n^-(q_s \rho) \sin(n\phi) \mathbf{e}_\phi \right] \exp i(k_{sz}z - \Omega t) \quad (17)$$

где $J_{n-1}(q_s \rho) \pm J_{n+1}(q_s \rho) = J_n^\pm(q_s \rho)$, $J_n(q_s \rho)$ – бесселева функция порядка n , $q_s = k_s \sin \gamma_s$ – поперечная компонента, $k_{sz} = (k_s^2 - q_s^2)^{1/2}$ – продольная компонента волнового вектора \mathbf{k}_s БАП, γ_s – угол конуса БАП, $u_0 = U_0 / (K_z (\nu v^3 W)^{1/2})$, $U_0 = P^{1/2}$, P – мощность акустической волны, ρ – плотность кристалла, v – скорость волны, $\sqrt{W} = 2\pi \int_0^{R_s} (J_{n-1}^2(q_s \rho) + J_{n+1}^2(q_s \rho)) \rho d\rho$, R_s – радиус БАП.

Уравнения для медленно меняющихся амплитуд (ММА)

При наличии АО преобразования взаимодействующие БСП описываются в общем случае уравнением Гельмгольца

$$(\Delta - c^{-2} \partial_t^2 (\epsilon + \Delta \epsilon)) \mathbf{E} = 0, \quad (18)$$

где $\Delta \epsilon_{ij} = -\epsilon_{ij}^0 \epsilon_{jk}^0 p_{klmn} u_{mn}$ – изменение тензора диэлектрической проницаемости кристалла, индуцированное акустической волной, ϵ_{ij}^0 – диэлектрическая проницаемость кристалла в отсутствие ультразвука, p_{klmn} – компоненты тензора фотоупругих постоянных, u_{mn} – компоненты тензора упругих деформаций.

В рассматриваемом здесь случае распространения взаимодействующих пучков вдоль оптической оси кристалла задача является аксиально симметричной. Поэтому для решения проблемы АО преобразования удобно воспользоваться цилиндрической системой координат. Важным вопросом является представление в данной системе координат тензора диэлектрической проницаемости кристалла с учётом его изменения, индуцированного акустической волной. Исходный тензор диэлектрической проницаемости для одноосных кристаллов в декартовых координа-

тах имеет известный диагональный вид с компонентами $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_o$ и $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_e$. В цилиндрических координатах с осью z параллельной оптической оси этот тензор также диагональный с компонентами $\varepsilon_{\rho\rho} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_o$ и $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_e$. Для акустического БАП в поперечно изотропных кристаллах с учётом компонент тензора смещения (17) компоненты тензора $\Delta\varepsilon_{ij}$ имеют вид

$$\Delta\varepsilon_{\phi z} = \Delta\varepsilon_{z\phi} = \frac{1}{2}\varepsilon_o\varepsilon_e p_{44}u_0 \times \quad (19)$$

$$\times (J_{n-1}(q_s\rho) - J_{n+1}(q_s\rho)) \exp(in\phi),$$

$$\Delta\varepsilon_{\rho z} = \Delta\varepsilon_{z\rho} = -\frac{1}{2}i\varepsilon_o\varepsilon_e p_{44}u_0 \times \quad (20)$$

$$\times (J_{n-1}(q_s\rho) + J_{n+1}(q_s\rho)) \cos(n\phi).$$

Будем предполагать, что АО взаимодействие бesselевых пучков, так же как и плоских волн, приводит в первую очередь к z -модуляции скалярных амплитуд $A_{o,e}$ в формулах (13), (14). В то же время, векторные модовые функции $\mathbf{e}_m^{(o,e)}(\rho, \varphi)$ являются неизменными. Такой режим АО преобразования означает отсутствие трансформации пространственной структуры бesselевых пучков в процессе обмена энергией и вполне объясним физически. Во-первых, вследствие линейности процесса, его эффективность не зависит от локальной интенсивности пучков, а в отсутствии локально неоднородных возмущений бesselевы пучки сохраняют свой поперечный профиль из-за известного свойства бездифракционности. Во-вторых, все плоскостолновые компоненты БСП преобразуются в одинаковых условиях продольного и поперечного синхронизмов вследствие цилиндрической симметрии задачи, обусловленной распространением пучков вдоль оптической оси кристалла.

Рассмотрим далее трансформацию падающего БСП m -го порядка e -типа в БСП порядка $m+n$ o -типа при дифракции на БАП n -го порядка. Подставляя в уравнение Гельмгольца (18) решения в виде (13), (14) с зависящими от z амплитудами A_m^o и A_m^e , получаем для этого общего случая следующий вид ММА-уравнений:

$$\frac{dA_{m+n}^o}{dz} = -i\chi_{m+n,m}^{oe} A_m^e \exp(-i\Delta k_z z), \quad (21)$$

$$\frac{dA_m^e}{dz} = -i\chi_{m,m+n}^{eo} A_{m+n}^o \exp(i\Delta k_z z). \quad (22)$$

Отметим, что уравнения (21), (22) являются по виду аналогичными соответствующим урав-

нениям для плоских волн. Отличие состоит в структуре АО параметров $\chi_{m+n,m}^{oe}$ и $\chi_{m,m+n}^{eo}$

$$\chi_{m+n,m}^{oe} = \alpha_1 \int_0^R J_m(q_{in}\rho) [J_{m+n-1}(q\rho) J_{n-1}(q_s\rho) + J_{m+n+1}(q\rho) J_{n+1}(q_s\rho)] \rho d\rho, \quad (23)$$

$$\chi_{m,m+n}^{eo} = \alpha_2 \int_0^R J_m(q_{in}\rho) [J_{m+n-1}(q\rho) J_{n-1}(q_s\rho) + J_{m+n+1}(q\rho) J_{n+1}(q_s\rho)] \rho d\rho, \quad (24)$$

$$\alpha_1 = \frac{k_0^2 \Delta\varepsilon_o q_{in} \varepsilon_o}{k_{oz} k_{ez} \varepsilon_e W_{m+n}^o(q)}, \quad \alpha_2 = \frac{k_0^2 \Delta\varepsilon_o q_{in} \varepsilon_o}{k_{ez}^2 \varepsilon_e W_m^e(q)}, \quad (25)$$

$$W_m^o(q) = \int_0^{R_p} [J_{m-1}(q\rho)^2 + J_{m+1}(q\rho)^2] \rho d\rho, \quad (26)$$

$$W_m^e(q) = \int_0^{R_p} [J_{m-1}(q\rho)^2 + J_{m+1}(q\rho)^2 + 2 \left(\frac{q_{in} \varepsilon_o}{k_{ez} \varepsilon_e} \right)^2 J_m(q_{in}\rho)^2] \rho d\rho. \quad (27)$$

АО параметры (23) и (24) имеют сложный вид и содержат под интегралами произведения бesselевых функций световых и акустических пучков. В общем случае порядок соответствующих бesselевых функций разный, и величина интегралов пропорциональна степени их пространственного перекрытия.

Решение системы (21, 22) имеет вид

$$A_{m+n}^o(z) = A_0^e \exp\left(-\frac{i\Delta k_z z}{2}\right) \left\{ -i \frac{\chi_{m+n,m}^{oe}}{p} \sin(pz) \right\}, \quad (28)$$

$$p = \sqrt{\Delta k_z^2 / 4 + \chi_{m,n}^2},$$

$$A_m^e(z) = A_0^e \exp\left(\frac{i\Delta k_z z}{2}\right) \left\{ \cos(pz) - i \frac{\Delta k_z}{2p} \sin(pz) \right\},$$

$$\chi_{m,n} = \sqrt{\chi_{m+n,m}^{oe} \chi_{m,m+n}^{eo}} \quad (29)$$

и описывает процесс перекачки энергии между падающим необыкновенным бesselевым пучком порядка m и дифрагированным обыкновенным пучком порядка $m+n$. При этом темп перекачки энергии между взаимодействующими пучками определяется соответствующими интегралами перекрытия.

Проведем расчёт интеграла перекрытия и эффективности дифракции для кристалла гексагонального класса симметрии LiJO_3 ($\lambda = 0,63$ мкм,

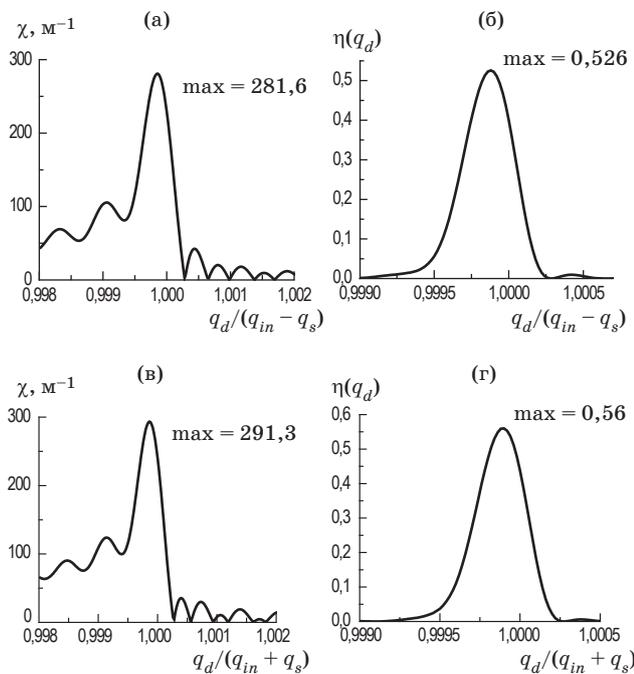


Рис. 5. Зависимость интеграла перекрытия χ и эффективности дифракции η для канала 2 (а, б) на попутном БАП и для канала 7 (в, г) на встречном БАП от поперечного волнового числа q_d .

$\varepsilon_o = 3,55$, $\varepsilon_e = 3,55$, $\rho = 4,6 \times 10^3$ кг/м³, $f = 130$ МГц, $P = 2$ Вт, $v = 2,35 \times 10^3$ м/с, толщине кристалла 3 мм) на примере дифракции в каналы 2 и 7 (рис. 2б). Отметим, что дифракция в канале 2 происходит на попутном БАП, а в канале 7 – на встречном БАП.

Из рис. 5 видно, что интегралы перекрытия $\chi(q_d)$, а также эффективность дифракции $\eta(q_d)$ имеют максимальное значение в условиях поперечного синхронизма, т.е. вблизи точки 1 на рис. 4. Относительная ширина основного максимума мала (около 10^{-3}), поэтому ширина углового спектра, падающего и дифрагированного БСП, примерно одинакова. Появление несимметрии функции $\chi(q_d)$, а также небольшое смещение основного максимума относительно точки синхронизма обусловлено негармоническим поведением цилиндрических функций

* * * * *

ЛИТЕРАТУРА

1. Belyi V.N., Khilo P.A., Petrova E.S., Khilo N.A., Kazak N.S. Formation of TE and TH polarized Bessel beams at acousto-optic diffraction in anisotropic crystals // Proc. SPIE. 2011. V. 8073. P. 807327-1–9.
2. Khilo P.A., Kazak N.S., Khilo N.A., Belyi V.N. Generation of TH- and TE-polarized Bessel light beams at acousto-optic interaction in anisotropic crystals // Optics commun. 2014. V. 325. P. 84–91.
3. Salo J., Fagerholm J., Friberg A.T., Salomaa M.M. Nondiffracting bulk-acoustic X waves in crystals // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. № 6. P. 1171–1174.

вблизи начала координат. Однако эта несимметрия практически не сказывается на угловом спектре дифрагированного поля, что следует из рис. 5б, 5г.

Из графиков на рис. 5 также видно, что интегралы перекрытия и эффективность преобразования в каналы дифракции 2 и 7 примерно равны. Вследствие этого сохраняется неизменной эффективность преобразования при изменении угла конуса БАП в широких пределах.

Заключение

Таким образом, поперечно анизотропные кристаллы представляют собой удобные среды для реализации АО дифракции с участием бесселевых световых и акустического пучков. В данных средах БАП по своей структуре близки к БСП, что обеспечивает величину интегралов перекрытия, достаточную для достижения высокого КПД преобразования. Для возбуждения БАП предложено использовать вместо акустических аксиконов звукопроводы с конической геометрией и тонкоплёночные преобразователи. Такие структуры позволяют реализовать широкий класс геометрий АО дифракции, включая попутное и обратное рассеяние. Показано, что одновременное использование БСП и БАП создаёт большой набор возможных геометрий АО взаимодействия и соответственно широкий диапазон параметров дифрагированного поля. В целом, применение в акустооптике БАП позволяет управлять углом конуса БСП, трансформировать порядок винтовой дислокации волнового фронта, а также осуществлять модуляцию интенсивности и переключение поляризации светового пучка. Использование свойства подавленной дифракционной расходимости БСП и БАП представляют интерес в тех задачах акустооптики, где важна малая расходимость взаимодействующих пучков, например, в акустооптических дефлекторах и фильтрах.

4. *Salo J., Salomaa M.M.* Nondiffracting waves in anisotropic media // *Phys. Rev. E* .1999. V. 67. P. 056609-1–9.
5. *Hanorvar F., Sinclair N.N.* Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2003. V. 100. P. 57–63.
6. *Ahmad F., Rahman A.* Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders // *Int. J. Eng. Sci.* 2000. V. 38. P. 325–335.
7. *Hsu D.K., Margetan F.J., Thompson D.O.* Bessel beam ultrasonic transducer: fabrication method and experimental results // *Appl. Phys. Lett.* 1989. V. 55. № 20. P. 2066–2068.
8. *Burckhardt C.B., Hoffmann H., Grandchamp P.A.* Ultrasound axicon: a device for focusing over a large depth // *J. Acoust. Soc. Am.* 1973. V. 54. № 6. P. 1628–1630.
9. *Katchadjian P., Desimone C., Garcia A.D.* Application of axicon lenses in ultrasonic techniques // *AIP Conf. Proc.* 2010. P. 1043–1050.
10. *Belyi V.N., Khilo P.A., Kazak N.S., Khilo N.A.* Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams // *J. Opt.* 2016. V. 18. № 7. P. 074002–08.
11. *Khilo N.A., Ryzhevich A.A., Petrova E.S.* Transformation of order of Bessel light beams in uniaxial crystals // *Quantum Electron.* 2001. V. 31(1). P. 85–89.